

## Utilisation d'un variogramme flou dans une méthode d'agrégation sémantique

Jean-Noël Paoli, Olivier Strauss, Bruno Tisseyre, Philippe Lagacherie

► **To cite this version:**

Jean-Noël Paoli, Olivier Strauss, Bruno Tisseyre, Philippe Lagacherie. Utilisation d'un variogramme flou dans une méthode d'agrégation sémantique. LFA: Logique Floue et ses Applications, Oct 2006, Toulouse, France. Cépaduès Edition, Rencontres francophones sur la Logique Floue et ses Applications, 1, pp.303-306, 2006. <lirmm-00110312>

**HAL Id: lirmm-00110312**

**<https://hal-lirmm.ccsd.cnrs.fr/lirmm-00110312>**

Submitted on 27 Oct 2006

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Utilisation d'un variogramme flou dans une méthode d'agrégation sémantique

## Use of a fuzzy variogram in a semantic based aggregation method

J.N. Paoli<sup>1</sup>

O. Strauss<sup>2</sup>

B. Tisseyre<sup>3</sup>

P. Lagacherie<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Cemagref - UMR ITAP / Sferis

<sup>2</sup> Laboratoire d'informatique, de Robotique, et de Microélectronique

<sup>3</sup> Ecole Nationale Supérieure Agronomique - UMR ITAP

361 rue Breton, 34033 Montpellier / 2 place Viala, 34070 Montpellier, jean-noel.paoli@montpellier.cemagref.fr

16 rue Adda, 34090 Montpellier, olivier.strauss@lirmm.fr

2 place Viala, 34070 Montpellier cedex 1, tisseyre, lagache@ensam.inra.fr

5 mai 2006

### Résumé :

Ce travail s'intéresse à l'interpolation des données spatiales et à la prise en compte des différentes imprécisions et incertitudes. De précédents travaux nous ont conduit à la définition d'un processus d'agrégation sémantique permettant de combiner des informations spatiales décrites par des ensembles flous et des degrés de possibilité. Cet article propose de modifier ce processus d'agrégation, de manière à prendre en compte un variogramme flou, décrivant la structure spatiale de la variable étudiée. Il définit pour cela une méthode de dilatation floue des données spatiales, et introduit une transformation entre un modèle probabiliste défini par une variance floue et un modèle possibiliste. Une application de la méthode à des données simulées est également présentée. Cette application permet de comparer les résultats obtenus sans et avec prise en compte de la structure spatiale, avec différentes densités de points.

### Mots-clés :

interpolation spatiale, agrégation sémantique, variogramme flou, transformation probabilité-possibilité

### Abstract:

This work deals with spatial interpolation and problems related to the imprecision and the uncertainty of the data. Previous works led us to define a semantic-based aggregation process, which allows the combination of spatial data defined by fuzzy sets and possibility degrees. This article proposes to modify this aggregation process, in order to take into account a fuzzy variogram describing the spatial structure of the data. Therefore, it defines a method for the fuzzy dilatation of the spatial data and introduces a transformation of a probabilistic model defined by a fuzzy variance and a possibilistic model. An application of the method to theoretical data is also presented. This application allows to compare the results provided with and without taking into account the spatial structure, with different point densities.

### Keywords:

Spatial interpolation, semantic based-aggregation, fuzzy variogram, probability-possibility transformation

## 1 Introduction

La prise en compte de la variabilité spatiale affectant les espaces naturels, agricoles et urbains est un élément essentiel dans de nombreux domaines d'application. C'est en particulier le cas dans les opérations de gestion agro-environnementale (agriculture de précision, gestion de périmètres irrigués, etc...), où les décisions doivent être constamment adaptées à la nature du site sur lesquelles elles s'appliquent. Pour accéder à la connaissance de cette variabilité spatiale, un certain nombre de données (observation, mesure, avis d'expert) sont collectées sur le terrain. Néanmoins, les coûts d'investigation étant généralement élevés, chaque site d'une zone d'étude ne peut être directement caractérisé par une telle donnée. C'est pourquoi une étape importante consiste à réaliser une interpolation spatiale, c'est à dire une estimation de la valeur prise, sur le site par chaque variable d'intérêt en fonctions des données spatiales environnantes.

Dans une procédure d'estimation classique, il est généralement admis que la variable étudiée présente une structure spatiale. Cela signifie que les mesures effectuées à l'intérieur du champ présentent des similitudes. Plus les sites sur lesquels sont effectuées les mesures sont proches,

plus les valeurs mesurées sont similaires. La définition d'un modèle de structure spatiale et la prise en compte de ce modèle dans un processus d'estimation sont des éléments déterminants pour l'obtention de résultats pertinents. De nombreuses méthodes d'interpolations spatiales ont été développées en particulier dans le domaine probabiliste, avec l'ensemble des travaux relatifs aux géostatistiques [16, 13]. Cependant, la plupart de ces approches sont réservées à des cas où l'on dispose de mesures exactes, localisées précisément et dont la structure spatiale peut être caractérisée en tout point, ce qui n'est pas le cas de toutes les données spatiales effectivement utilisées. Les différentes imprécisions et incertitudes affectant i) la mesure ou l'observation elle-même, ii) sa localisation et iii) la caractérisation de la structure spatiale de la variable concernée, ont été peu traitées dans la littérature.

Dans un premier travail, nous avons proposé une méthode d'agrégation sémantique basée sur la théorie des ensembles flous et la théorie des possibilités [18]. Cette approche gère les imprécisions et incertitudes de mesure ou d'observation ainsi que de localisation (les deux premières composantes citées ci-dessus). Cependant, elle ne permet pas de prendre en compte la structure spatiale des données. Cet article présente une méthode permettant d'introduire un modèle de structure spatiale imprécise et incertaine dans ce processus d'agrégation sémantique. La section 2 présente les travaux antérieurs sur lesquels se fonde l'approche proposée. La section 3 décrit les aspects théoriques du processus d'agrégation. Une application de ce processus à des données simulées est présentée dans la section 4.

## 2 Travaux antérieurs

### 2.1 Données spatiales floues

Les données spatio-temporelles utilisées dans les SIG (Systèmes d'Information Géographique) sont généralement définies

par trois composantes : la localisation, la mesure (l'attribut), et le temps. Chaque composante peut être considérée comme imprécise et incertaine [9]. Nous ne nous intéresserons ici qu'au deux premières composantes.

La théorie des ensembles flous et la théorie des possibilités [21, 22] ont fréquemment été utilisées pour prendre en compte les imprécisions et incertitudes de l'attribut [23, 7, 20, 2]. La description de l'imprécision de localisation se fonde sur la définition d'objets spatiaux séparés du reste de l'espace par des frontières imprécises. Ces objets peuvent être décrits à l'aide de modèles probabilistes ou flous [6]. Différents types de données spatiales floues (points flous, lignes floues, polygones flous) ont été définis comme des cas particuliers de sous-ensembles flous de l'espace géographique [19, 17].

### 2.2 Estimations spatiales floues

Avec des données précises et certaines, les estimations spatiales sont généralement obtenues par le biais d'interpolations linéaires ou de splines. Des interpolations linéaires floues [11] et des splines floues [1] peuvent être utilisées de la même manière pour estimer des données spatiales définies par un attribut flou [15].

Les géostatistiques et les méthodes de krigeage sont fréquemment utilisées pour interpoler des données précises et certaines, [14, 5]. Il s'agit de méthodes d'interpolation linéaire. Toutefois, elles se basent sur une étude statistique de la structure spatiale des données. Une fonction, appelée variogramme modélise ces variations. Elle permet de pondérer les données disponibles lors de l'estimation et d'associer aux estimations une variance (appelée "variance de krigeage"). En admettant la validité du modèle choisi pour le variogramme, ces méthodes garantissent la meilleure estimation linéaire sans biais possible.

Le krigeage flou [3, 8] peut être utilisé sur des données définies par un attribut flou. Dia-

mond décrit les données à l'aide d'une variable aléatoire dont les valeurs sont des nombres flous triangulaires, mais une approche similaire pourrait être conduite avec des nombres flous trapézoïdaux. La variable aléatoire est décrite par trois variogrammes (un variogramme modal, un variogramme supérieur, et un variogramme inférieur). Ces trois fonctions interviennent dans le calcul d'une variance de krigage précise et certaine.

La notion de variogramme flou [4] a été définie de manière à prendre en compte les imprécisions et incertitudes liées à la modélisation du variogramme. Soit  $\gamma$  un modèle de variogramme paramétré par un vecteur  $p$  appartenant à l'ensemble des vecteurs possibles  $\mathcal{P}$ , un variogramme flou peut être défini par un sous ensemble flou de  $\mathcal{P}$ .

### 3 Méthode d'estimation spatiale

#### 3.1 Définitions

Soit  $S = \{I_1, \dots, I_n\}$  un ensemble d'informations spatiales décrivant une variable  $X$ . Une information spatiale  $I$  est définie par deux composantes : la localisation et la mesure. Ces deux composantes peuvent être considérées comme indépendantes. La composante de localisation est définie sur le référentiel  $G$  (par exemple  $G = (\mathbb{R}^+)^2$ ). La composante de mesure est définie sur le référentiel  $M$  (par exemple  $M = [0, 20]$  tonnes/hectare).

La composante de localisation  $P(I)$  est un sous-ensemble flou de  $G$ , tandis que la composante de mesure  $V(I)$  est un sous-ensemble flou de  $M$ .  $P(I)$  peut par exemple être obtenu à partir de la position renvoyée par un récepteur GPS (Global Positionning System) et des caractéristiques techniques de ce récepteur (fidélité, justesse).  $V(I)$  peut de la même manière être obtenu à partir d'une mesure renvoyée par un capteur (tel qu'un capteur de rendement embarqué sur une machine à vendanger) et des caractéristiques de ce capteur.

$$I_k = \left( P(I_k), V(I_k) \right) \quad (1)$$

#### 3.2 Agrégation sémantique des données

Soit  $S = \{I_1, \dots, I_n\}$  l'ensemble des données spatiales. Nous considérons que l'agrégation de ces données permet d'estimer la zone de requête. Nous avons dit précédemment que nous souhaitons mettre en oeuvre un processus sémantique. Cette agrégation se définit en plusieurs phases successives.

La première étape de ce processus consiste en une granularisation de la composante de mesure. Pour cela nous définissons une partition du référentiel  $M$ .

$$\mathcal{P}(M) = \{(A_i), i \in [1, \dots, p]\} \quad (2)$$

Cette partition définit l'ensemble des étiquettes que peut prendre l'attribut mesure (par exemple,  $A_1 =$  faible,  $A_2 =$  moyen,  $A_3 =$  fort).

Nous exprimons  $I_k$  sous une forme qualitative.  $\Pi(A_i, I_k)$  et  $N(A_i, I_k)$  sont les possibilité et nécessité de  $A_i$  restreintes à  $I_k$  :

$$I_k = (P(I_k), \Pi(A_i, I_k), N(A_i, I_k)) \quad (3)$$

Nous déterminons la pertinence de chaque donnée spatiale pour la description de la zone de requête. Soit  $S'$  l'ensemble des sources pertinentes.  $S'$  est un sous-ensemble flou de  $S'$  défini par une fonction d'appartenance  $\mu_{S'}$ .

$$\begin{aligned} \mu_{S'} : S &\rightarrow [0, 1] \\ \mu_{S'}(I_k) &= \Pi\left(P(R); P(I_k)\right) \end{aligned} \quad (4)$$

L'objet du processus d'agrégation est la combinaison des degrés de possibilité et de nécessité

de manière à obtenir une estimation supérieure  $\widehat{\Pi}(R, A_i)$  et une estimation inférieure  $\widehat{N}(R, A_i)$  de mesure de confiance.

Nous nous intéressons principalement à la mesure supérieure, la mesure inférieure étant définie par complémentarité. La présence de données aberrantes nous oblige à ne pas utiliser le supremum des valeurs pour l'estimation, et à mettre en oeuvre un opérateur L-statistique de type fractile (nous admettons que l'estimation obtenue n'aura pas l'ensemble des propriétés d'une mesure de possibilité).  $S'$  étant un sous-ensemble flou, nous utilisons une généralisation de l'opérateur fractile définie à l'aide d'une intégrale de Choquet [18].

### 3.3 Prise en compte de la structure spatiale de l'information

La structure spatiale de la variable  $X$  est définie au moyen d'un variogramme flou  $\gamma$  (i.e. un sous-ensemble flou de l'ensemble des variogrammes possibles).  $\gamma_\alpha(d)$  décrit la variance entre des mesures séparées par une distance  $d$  sur le référentiel pour un niveau de confiance  $1 - \alpha$ . L'ensemble des  $\gamma_\alpha(d)$  est emboîté et définit le sous-ensemble flou  $\gamma(d)$  de l'ensemble des variances possibles.

Une zone de requête  $P(R)$  est un sous-ensemble flou de  $G$ . L'estimation spatiale a pour objectif d'associer une composante de mesure à  $P(R)$ .

Nous dirons que la zone de requête  $P(R)$  peut être parfaitement renseignée par l'ensemble des informations spatiales si :

$$P(R) \subset \bigcup_{k=1}^n P(I_k) \quad (5)$$

Si tel n'est pas le cas, nous proposons de dilater les composantes de localisation jusqu'à obtenir cette inclusion. Evidemment, le fait de dilater la composante spatiale détériore la précision de la composante de mesure. Ces deux composantes

d'une information spatiale étant reliées par le variogramme, c'est à l'aide de ce variogramme que nous évaluerons cette dégradation.

Afin de dégrader le moins possible l'information, nous effectuons la dilatation minimale permettant de retrouver la propriété de renseignement de la zone de requête. Après dilatation, chaque information  $I_k$  devient  $I'_k$  :

$$I'_k = (P(I'_k), V(I'_k)) \quad (6)$$

Dans notre exemple  $P_\alpha(I_k)$  ( $\alpha$ -coupe de  $P(I_k)$ ) est un cercle de rayon  $r_\alpha$ . Pour passer de  $I_k$  à  $I'_k$ , nous effectuons une dilatation de noyau circulaire de rayon  $d$ .  $P_\alpha(I'_k)$  ( $\alpha$ -coupe de  $P(I'_k)$ ) est un cercle de rayon  $r_\alpha + d$ .

En utilisant le variogramme précédemment défini, nous pouvons associer à  $d$  une mesure floue de la variance. La figure 1.a présente le variogramme flou, sur lequel a été reportée la distance  $d$ . La figure 1.b montre la variance floue  $\gamma(d)$ .

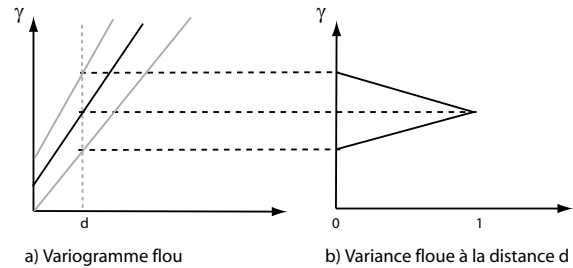


Figure 1 – Détermination d'une variance floue en fonction de la distance  $d$

Dans la suite de cette section, nous proposons une transformation du modèle probabiliste décrit par la variance floue  $\gamma(d)$  en un modèle possibiliste. Nous considérons l'ensemble flou obtenu à l'aide de cette transformation comme un noyau de dilatation que nous appliquons à la composante de mesure  $V(I_k)$ .

Nous désignons par  $\gamma_\alpha(d)$  une  $\alpha$ -coupe

de  $\gamma(d)$ . Nous raisonnons sur les bornes supérieures et inférieures de  $\gamma_\alpha(d)$ .

$$\gamma_\alpha(d) = [\gamma_\alpha^-(d); \gamma_\alpha^+(d)] \quad (7)$$

Nous nous intéressons d'abord à la borne supérieure. Nous supposons que l'ensemble des valeurs mesurées suit une loi de probabilité connue (dans notre cas une loi normale) de variance  $\gamma_\alpha^+(d)$  et nous procédons à une transformation de ce modèle probabiliste en un modèle possibiliste [10].

Nous définissons ainsi un ensemble flou  $W^+(\alpha)$ . Nous considérons que cet ensemble flou ne peut pas être défini au delà du niveau de confiance  $\alpha$ . Nous obtenons donc un ensemble flou tronqué, dont une représentation est proposée figure 2.

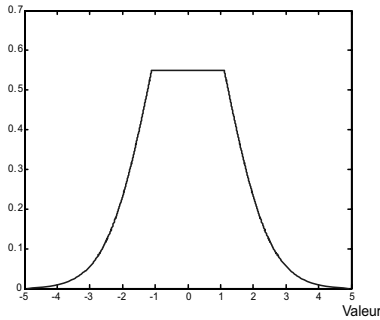


Figure 2 – Transformation probabilité possibilité à partir de  $\gamma_\alpha^+(d)$

Un ensemble flou  $W^+$  est obtenu par l'union des ensembles  $W^+(\alpha)$  précédemment calculés. Une composante de mesure  $V^+(I'_k)$  est obtenue en appliquant le noyau de dilatation  $W^+$  à  $V(I_k)$ .

$$W^+ = \bigcup_{\alpha=0}^1 W^+(\alpha) \quad (8)$$

Un raisonnement similaire permet d'obtenir à partir des bornes inférieures de variance  $\gamma_\alpha^-(d)$  un ensemble flou  $V^-(I'_k)$ .

La figure 3 présente un exemple de résultat obtenu à l'aide de la méthode proposée. Dans la suite du raisonnement, nous ne nous intéressons plus qu'à l'ensemble flou  $V^+(I'_k)$ . Cet ensemble étant convexe, nous définissons  $V(I'_k)$  par une enveloppe de forme simple (également représentée figure 3).

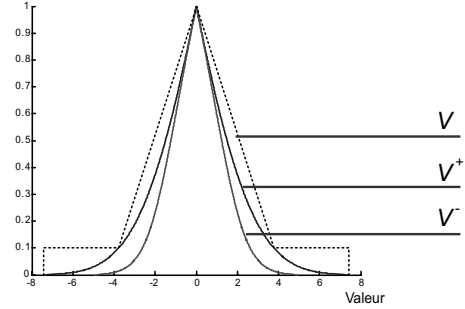


Figure 3 – Sous-ensembles obtenus après dilatation d'une donnée spatiale

## 4 Application à des données simulées

Le but de cette section est de mettre en oeuvre la méthode proposée sur un ensemble de données simulées, présentant des caractéristiques connues, tant au niveau de la distribution des valeurs (qui suit une loi normale), que de leur structure spatiale (dont le variogramme présente des caractéristiques identifiées). Cette mise en oeuvre doit permettre de comparer les résultats d'une agrégation sémantique sans prise en compte du variogramme avec ceux d'une agrégation sémantique avec prise en compte du variogramme.

### 4.1 Matériel et méthode

Le jeu de données est constitué de 2400 mesures suivant une loi normale de moyenne 100 et d'écart type 4. Ces données ne suivent pas un maillage régulier. Leur répartition dans l'espace est présentée figure 4.a. Un jeu de données réduit est obtenu à partir de ce jeu de données initial. La position des points retenus est présentée figure 4.b. Il est constitué

de 120 points sélectionnés de manière aléatoire parmi les 2400 points initiaux. Ce jeu de données possède la même structure spatiale que le précédent.

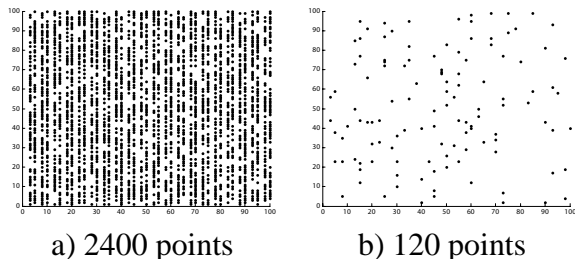


Figure 4 – Données simulées

La structure spatiale du jeu de données utilisé peut être décrite à l'aide du variogramme flou présenté figure 5. Le modèle choisi est de type linéaire avec seuil. L'effet pépité est situé autour de 1, la variance est située autour de 16, et la portée autour de 45 m.

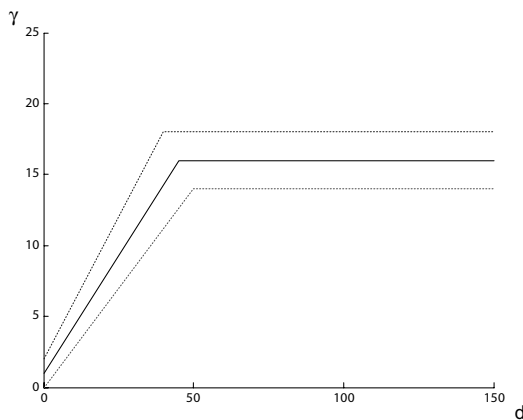


Figure 5 – Variogramme flou

La localisation de chaque donnée est modélisée par un sous-ensemble flou. Ce sous-ensemble flou est construit de manière à traduire les imprécisions d'un récepteur GPS (Global Positioning System), décrites par des travaux antérieurs [12]. Il présente un noyau et un support circulaires, centrés sur un point de coordonnées. Le noyau présente un rayon de 0.5 m et le support un rayon de 1.5 m.

Le référentiel de mesure est partitionné en deux classes associées aux étiquettes faible, et fort (figure 6). Les noyaux de la classe *faible* et la classe *fort* contiennent chacun 33 % des données.

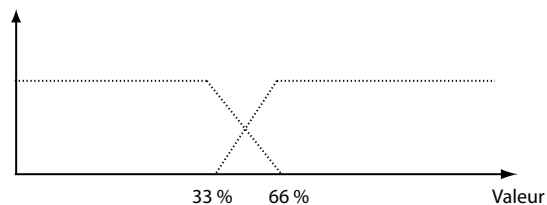


Figure 6 – Partition du référentiel de mesure

Les degrés de possibilité et de nécessité obtenus sont agrégés sur un ensemble de zones de requête constituant un maillage flou (figure 7). Chaque maille présente un support carré de 6 m de côté, et un noyau carré de 5 m de côté. L'opérateur d'agrégation généralise un  $\beta$ -fractile. Le niveau de ce fractile est fixé classiquement à  $\beta = 0.75$ .

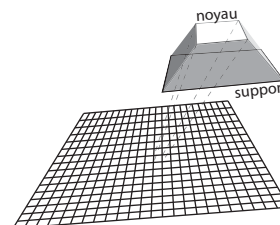


Figure 7 – Partition du référentiel de localisation

Les degrés de nécessité des deux classes sont agrégés à l'aide d'un opérateur maximum. Le résultat de l'agrégation traduit, pour chaque zone de requête, la capacité de la méthode à sélectionner une étiquette unique.

Nous vérifions également que la méthode proposée donne des résultats similaires à partir de 2400 points et à partir de 120 points. Pour cela, nous définissons un indice permettant d'évaluer le niveau maximal de similarité entre les deux méthodes. Cet indice est d'abord calculé sur

chaque zone de requête (notée  $R_i$ ). Puis un indice global est évalué pour l'ensemble du champ.

$$SI_{fai}(R_i) = \min(\Pi_{120}(faible; R_i); \Pi_{2400}(faible; R_i)) \quad (9)$$

$$SI_{fort}(R_i) = \min(\Pi_{120}(fort; R_i); \Pi_{2400}(fort; R_i)) \quad (10)$$

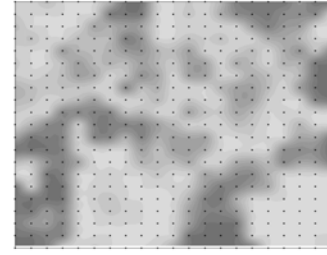
$$SI = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (\max(SI_{fai}(R_i), SI_{fort}(R_i))) \quad (11)$$

Cet indice indique la possibilité d'agrément entre deux classifications différentes. Evalué sur une zone de requête, il atteint sa valeur maximale lorsqu'une étiquette (*faible* ou *fort*) est estimée possible quel que soit le jeu de données utilisé (120 ou 2400 points).

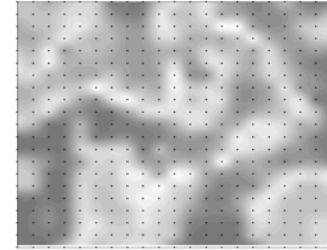
## 4.2 Résultats et discussion

Les cartes obtenues avec 2400 points sont présentées figures 8.a et b. Les cartes générées avec et sans prise en compte de la structure spatiale présentent des caractéristiques similaires. Un phénomène de lissage est cependant induit par la prise en compte de la structure spatiale.

Les résultats obtenus à partir du jeu de données réduit (figure 9.a et b) sont par contre nettement différents. Sans prise en compte de la structure spatiale (figure 9.a), nous aboutissons à une carte peu informative. La méthode d'agrégation sémantique ne permet de renseigner qu'un nombre limité de zones de requêtes (uniquement celles contenant des données). A l'inverse, la prise en compte de la structure spatiale (figure 9.b) permet l'extension des informations ponctuelles à des zones plus larges. Il est intéressant de noter que les deux cartes générées, grâce à la prise en compte de la structure spatiale, présentent de grandes similitudes.

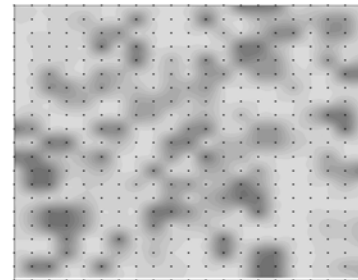


a) sans prise en compte du variogramme flou

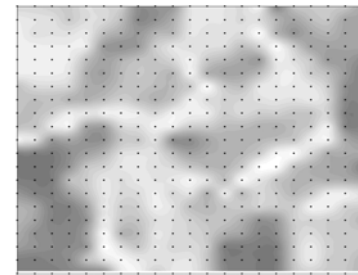


b) avec prise en compte du variogramme flou

Figure 8 – Nécessité maximale (2400 points)



a) sans prise en compte du variogramme flou



b) avec prise en compte du variogramme flou

Figure 9 – Nécessité maximale (120 points)

Le degré de similarité entre les résultats obtenus avec 120 et 2400 points présente une valeur élevée :  $SI = 0.95$

Cette valeur permet de confirmer la validité de l'approche proposée, car elle montre que la di-



minution de la densité de points ne génère pas d'incohérence dans le classement des zones de requête.

## 5 Conclusion

Dans cet article, nous nous sommes intéressés à un processus d'agrégation sémantique des données spatiales permettant d'estimer toute zone de requête définie à l'intérieur du champ étudié. Nous avons proposé une méthode permettant de prendre en compte une structure spatiale imprécise définie par un variogramme flou dans ce processus d'agrégation. Cette méthode s'appuie sur la dilatation des données de manière à recouvrir la zone de requête. Elle propose une transformation entre un modèle probabiliste défini par une variance floue et un modèle possibiliste. Le test réalisé sur des données simulées montre que la méthode est indispensable pour l'estimation d'une zone sur laquelle la densité de points est faible. La suite de nos travaux devra être consacrée à la mise en oeuvre de la méthode sur des données réelles.

## Références

- [1] M.A. Anile, B. Falciniedo, G. Gallom, M. Spagnuolo, and S. Spinello. Modeling uncertain data with fuzzy b-splines. *Fuzzy sets and systems*, 113 :397–410, 2000.
- [2] M.A. Anile, P. Furno, G. Gallo, and A. Massolo. A fuzzy approach to visibility maps creation over digital terrains. *Fuzzy Sets and Systems*, 135(1) :63–80, 2003.
- [3] A. Bardossy, I. Bogardi, and W. E. Kelly. Imprecise (fuzzy) information in geostatistics. *Mathematical Geology*, 20 :287–311, 1988.
- [4] A. Bardossy, I. Bogardi, and W. E. Kelly. Kriging with imprecise (fuzzy) variograms i :theory, ii :application. *Mathematical Geology*, 22 :63–79, 81–94., 1990.
- [5] R.G.V Bramley. A protocol for winegrape yield maps. In Grenier G. Blackmore, S., editor, *Proceedings of third European Conference on Precision Agriculture*, volume 2, pages 767–173. Agro Montpellier, 2001.
- [6] P.A. Burrough. Natural objects with indeterminate boundaries. In *Geographic objects with Indeterminate Boundaries*, volume 2 of *GISDATA*, pages 3–28. Taylor & Francis, 1996.
- [7] D.R. Cazemier, P. Lagacherie, and R. Martin-Clouaire. A possibility theory approach for estimating available water capacity from imprecise information contained in soil databases. *Geoderma*, 103(1-2) :113–132, 2001.
- [8] P. Diamond. Fuzzy kriging. *Fuzzy Sets and Systems*, 33(3) :315–332, 1989.
- [9] S. Dragičević. Multi-dimensional interpolations with fuzzy sets. In F. Petry, V. Robinson, and M. Cobb, editors, *Fuzzy Modeling with Spatial Information for Geographic Problems*, pages 143–158. Springer, 2005.
- [10] D. Dubois, L. Foulloy, G. Mauris, and H. Prade. Probability-possibility transformation, triangular fuzzy sets, and probabilistic inequalities. *Reliable Computing*, 10 :273–297, 2004.
- [11] D. Dubois and H. Prade. On fuzzy interpolation. In *Proceedings of the third conference on Fuzzy Logic, Neural Networks and Soft Computing*, Japan, 1994.
- [12] M. Ehrl, W. Stempfhuber, H. Auernhammer, and M. Demmel. Quality assessment of agricultural positioning and communication system. In J. Stafford and A. Werner, editors, *Proceedings of fourth European Conference on Precision Agriculture*, volume 1, pages 205–210. Wageningen Academic, 2003.
- [13] A.G. Journel and C.J. Huijbregts. *Mining Geostatistics*. Academic Press, London, 1978.
- [14] R. Kerry and M.A. Oliver. Comparing spatial structures in soil properties and ancillary data by using variograms. In S. Blackmore and G. Grenier, editors, *Proceedings of third European Conference on Precision Agriculture*, volume 1, pages 413–418. Agro Montpellier, 2001.
- [15] W.A. Lodwick and J. Santos. Constructing consistent fuzzy surfaces from fuzzy data. *Fuzzy Sets and Systems*, 135(2) :259–277, 2003.
- [16] G. Matheron. *The theory of regionalized variables and its applications*, volume 5 of *Les cahiers du Centre de Morphologie*. Centre de Géostatistiques de Fontainebleau, 1970.
- [17] M. Molenaar and T. Cheng. Fuzzy spatial objects and their dynamics. *Photogrammetry & Remote Sensing*, 55 :64–175, 2000.
- [18] J-N. Paoli, B. Tisseyre, O. Strauss, J-M. Roger, and S. Guillaume. Rencontres francophones sur la logique floue et ses applications. In *LFA'04*, volume 1, Nantes, 2004. Cepadues Editions.
- [19] M. Schneider. Uncertainty management for spatial data in databases : Fuzzy spatial data types. In *6th Int. Symp. on Advances in Spatial Databases (SSD)*, pages 330–351. Springer Verlag, 1999.
- [20] B. Tisseyre, C. Mazzoni, N. Ardoin, and C. Clipet. Yield and harvest quality measurement in precision viticulture - application for a selective vintage. In S. Blackmore and G. Grenier, editors, *Proceedings of third European Conference on Precision Agriculture*, volume 1, pages 133–138. Agro Montpellier, 2001.
- [21] L.A. Zadeh. Fuzzy sets. *Information and control*, 8 :338–353, 1965.
- [22] L.A. Zadeh. Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility. *Fuzzy sets and systems*, 1 :3–28, 1978.
- [23] A.X. Zhu, B. Hudson, J. Burt, K. Lubich, and D. Simonson. Soil mapping using gis, expert knowledge, and fuzzy logic. *Soil Science Society of America Journal*, 65 :1463–1472, 2001.