



HAL
open science

Etalonnage de caméras catadioptriques hyperboloïdes

Frédéric Comby, Charles Caderas de Kerleau, Olivier Strauss

► **To cite this version:**

Frédéric Comby, Charles Caderas de Kerleau, Olivier Strauss. Etalonnage de caméras catadioptriques hyperboloïdes. *Traitement du Signal*, 2005, 22 (5), pp.419-431. lirmm-00123124

HAL Id: lirmm-00123124

<https://hal-lirmm.ccsd.cnrs.fr/lirmm-00123124v1>

Submitted on 8 Jan 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Étalonnage de caméras catadioptriques hyperboloïdes

Hyperbolic catadioptric camera calibration

Frédéric Comby, Charles Caderas de Kerleau, Olivier Strauss
LIRMM, 161 rue Ada 34392 Montpellier cedex 5, France.
E-mail : [comby,strauss]@lirmm.fr

Résumé

Cet article présente une procédure d'étalonnage pour les caméras panoramiques catadioptriques utilisant un miroir hyperbolique de révolution. L'algorithme que nous avons développé permet un étalonnage automatique (sans intervention d'un opérateur) des paramètres intrinsèques et extrinsèques de la caméra. Il utilise une mire d'étalonnage particulière, adaptée à la géométrie du capteur. Cette mire contient des formes particulièrement simples à détecter et permet un étalonnage robuste du système. Nous illustrons les performances de l'algorithme d'étalonnage par quelques exemples.

Mots clefs

Étalonnage, caméra omnidirectionnelle, miroir hyperbolique de révolution.

Abstract

This article addresses the hyperbolic catadioptric camera calibration matter. An automatic calibration process has been developed, thus no user intervention is required to perform the camera intrinsic and extrinsic parameters estimation. This process uses a specific calibration pattern built to fit the geometry of the sensor. The pattern features are really easy to identify and allow a robust camera calibration. The performances of the algorithm are illustrated by some examples.

Keywords

Calibration, omnidirectional camera, hyperbolic mirror.

1 introduction

Même si les principes de base de la vision omnidirectionnelle sont apparus dans les années 1970 [Ree70], l'utilisation de tels capteurs n'a vraiment pris de l'ampleur qu'avec son application à la robotique mobile il y a à peine plus d'une dizaine d'années [YKT94]. Avec l'avènement du multimédia, la vision panoramique a su trouver d'autres champs d'application. Nous pouvons citer de façon non exhaustive : la visio-conférence [PN97], la reconstruction 3-D [Stu00] ou bien la vidéo surveillance [SIT00]. Il existe plusieurs façons d'améliorer le champ de vue d'une caméra classique : l'utilisation de lentilles spécifiques (Fish-eye), la motorisation de la caméra (rotation autour d'un axe vertical), l'emploi de plusieurs caméras [Yag99], ou bien, et c'est le cas qui nous intéresse, l'utilisation de miroirs de révolution. Chaque solution présente ses avantages et ses défauts. Dans le cas des caméras en rotation, l'acquisition d'une image complète est relativement longue car il faut attendre que la caméra ait fini sa rotation pour pouvoir délivrer l'image panoramique. Cependant ce dispositif utilise une caméra usuelle et permet d'obtenir une image panoramique de très haute résolution. L'obtention de l'image panoramique met en oeuvre des techniques de mosaïque nécessitant un étalonnage précis du capteur en mouvement [PRAZ00]. La solution consistant à utiliser plusieurs caméras nécessite, elle aussi, un étalonnage rigoureux. Le positionnement relatif des caméras doit être précis ce qui peut engendrer des coûts de réalisation prohibitifs. L'utilisation de lentilles de type Fish-eye ou de miroirs permet, en une acquisition, d'avoir une vue panoramique à 360° de la scène observée. Cependant ces deux techniques introduisent des déformations importantes sur l'image. Pour les capteurs munis de miroirs, leurs caractéristiques dépendent principalement de la

forme du miroir. On trouve plusieurs formes de miroirs de révolution ; les plus classiques étant les miroirs paraboloides, hyperboloides, sphériques ou coniques. Cependant, certains auteurs ont délibérément choisi des formes de miroir plus complexes afin d'obtenir des propriétés particulières. Par exemple dans [FB02] le miroir comporte deux lobes de sphères concentriques superposés pour une utilisation en stéréo-vision panoramique. On distingue deux grandes familles de miroirs : ceux qui vérifient la contrainte de point de vue unique (single view point : SVP) et ceux qui ne la vérifient pas. Les objectifs omnidirectionnels catadioptriques vérifiant la CPU permettent de reconstruire n'importe quelle image, dans le champ de vue du capteur, comme si elle avait été prise par une caméra perspective classique [BN01]. Seuls les miroirs ellipsoïdes, paraboloides et hyperboloides permettent de réaliser des caméras omnidirectionnelles qui vérifient cette condition. Notre étude portera sur le calibrage des capteurs hyperboloides vérifiant cette contrainte.

Dans un grand nombre d'applications, il est indispensable de relier des informations métriques du monde 3-D, à des informations 2-D sur l'image (asservissement visuel, reconstruction tridimensionnelle, etc.). Dans ce cas, le capteur doit être étalonné, c'est-à-dire que toutes ou partie des grandeurs qui composent son modèle doivent être estimées. Les procédures classiques d'étalonnage utilisent une mise en correspondance de points connus dans un repère 3-D et de leurs projections sur l'image afin d'estimer les paramètres du modèle. Il existe dans la littérature un grand nombre de travaux portant sur l'étalonnage de caméras catadioptriques. Ils sont généralement spécifiques à un type de miroir. Dans [CBDD00], les auteurs ont proposé d'utiliser trois mires classiques (quadrillage) placées chacune sur trois faces d'un cube et entourant la caméra pour l'étalonnage d'un système avec un miroir conique. Cette méthode est, d'après les auteurs, généralisable à d'autres types de miroir. Geyer et Daniilidis [GD02] ont proposé d'utiliser deux ensembles de droites parallèles pour étalonner une caméra munie d'un miroir paraboloides. L'étalonnage est basé sur une propriété de ces miroirs : toute droite de l'espace 3-D se projette comme un arc de cercle sur l'image omnidirectionnelle. Dans [BA03], les auteurs proposent également l'étalonnage d'un capteur paracatadioptrique mais à partir d'un ensemble de N droites quelconques ($N > 3$). Dans [Kan00], les auteurs réalisent l'auto-étalonnage d'un capteur parabolique à l'aide de paires de points caractéristiques poursuivis dans une séquence d'images omnidirectionnelles. Certains auteurs, comme [FTB02], utilisent directement l'image du miroir (bord et centre) pour calibrer le capteur. L'avantage de cette approche, comme la précédente, est qu'elle ne nécessite aucune mire d'étalonnage. Les auteurs supposent que les caractéristiques du miroir sont parfaitement connues et ils ne les estiment donc pas. En revanche, ils estiment les paramètres intrinsèques de la caméra ainsi que les défauts d'alignement et de positionnement de la caméra par rapport au miroir. Il est à noter que la plupart des travaux d'étalonnage portent sur les capteurs utilisant des miroirs paraboloides. Bien que ceux-ci peuvent être généralisés à d'autres types de miroirs, nous n'avons recensé que peu de travaux portant directement sur les miroirs hyperboloides.

2 Modèle des différents éléments du capteur

Le rôle de l'étalonnage d'un capteur est d'estimer la valeur des paramètres du modèle d'un système afin de connaître exactement le processus de formation des images. Dans notre cas nous nous contentons d'estimer les paramètres permettant de passer d'un point dans un repère métrique spatial aux coordonnées dans l'image, et vice-versa (d'un pixel de l'image à une direction dans l'espace 3-D). Les principales notations employées dans le reste du document sont introduites dans ce paragraphe. Les modèles des différents éléments composant le capteur panoramique seront aussi détaillés, à savoir la caméra et le miroir. Dans le cadre de ce travail une hypothèse est émise. Nous supposons que le miroir est correctement positionné vis-à-vis de la caméra, ce qui signifie que les axes verticaux du miroir et de la caméra coïncident et que le deuxième foyer de l'hyperboloides, F' , est confondu avec le foyer de la caméra [figure 1].

2.1 Modèle du miroir hyperbolique

En utilisant la modélisation du miroir proposée dans [BN01], l'équation du miroir hyperbolique dans le repère R_c peut s'écrire :

$$\frac{(z + c/2)^2}{a^2} - \frac{r^2}{b^2} = 1 \quad (1)$$

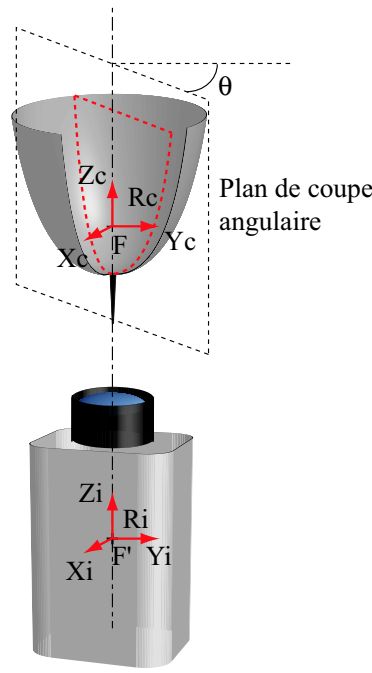


Figure 1 – Représentation de la caméra hyperbolique et positionnement des repères. Le foyer de l'hyperbole coïncide avec l'origine du repère R_c , et le foyer de la caméra coïncide avec l'origine du repère lié à l'image R_i .

où $p = (x, y, z)^T$ est un point appartenant au miroir exprimé dans le repère centré sur le foyer du miroir (R_c), $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, c est l'excentricité de l'hyperboloïde et

$$a = \frac{c}{2} \sqrt{\frac{k-2}{k}}, \quad b = \frac{c}{2} \sqrt{\frac{2}{k}} \quad (2)$$

Cette modélisation conduit aux mêmes équations que celles proposées par Geyer dans [GD01]. Cependant, comme on pourra le voir par la suite, un seul paramètre est suffisant pour caractériser le miroir : k . En effet, dans les équations de projection, le terme c disparaît et n'est donc pas nécessaire pour passer d'un point 3-D à un pixel et réciproquement (d'un pixel à une direction \vec{D}). L'avantage de ce modèle est la simplification du nombre de paramètres dans le cas du miroir hyperbolique. Cependant, il ne peut pas se généraliser aux miroirs paraboliques dans le cadre de l'étalonnage. En effet, dans ce cas c et k sont tout deux infinis mais de rapport fini. Il n'est alors pas envisageable de les estimer indépendamment.

2.2 Modèle de la caméra

Il est classique de représenter la transformation métrique/pixel d'une caméra par une matrice de changement de coordonnées et une troncature. Les paramètres intervenant dans ce changement de coordonnées sont appelés "paramètres intrinsèques" de la caméra (équation (3)).

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_u & 0 \\ 0 & K_v \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_0 \\ v_0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

où $(x, y, -f)^T$ sont les coordonnées de la projection d'un point 3-D sur le plan focal, $(u, v)^T$ les coordonnées du pixel correspondant dans l'image, K_u (resp. K_v) est la taille horizontale (resp. verticale) d'un pixel, $(u_0, v_0)^T$ sont les coordonnées de la projection de l'axe optique de la caméra (celui-ci est confondu avec l'axe de symétrie du miroir). Le dernier paramètre de la caméra est sa focale f [figure 2]. Il n'est cependant pas possible de dissocier f et K_u (ou K_v) sans connaissance a priori. En effet, ces termes apparaissent toujours sous forme de produit dans les équation de projection. La procédure d'étalonnage permettra donc au mieux d'estimer $\alpha_u = f.K_u$ et $\alpha_v = f.K_v$. D'autre part, nous supposons dans cet article que $\alpha_u = \alpha$, autrement dit que les pixels sont carrés. Si ceci n'est pas exactement vrai, il est facile d'estimer le rapport $\frac{\alpha_u}{\alpha_v}$. En effet la projection des limites du miroir étant des cercles, le rapport $\frac{\alpha_u}{\alpha_v}$ peut être calculé en utilisant le rapport du diamètre horizontal et vertical de l'un de ces cercles. Connaissant le rapport $\frac{\alpha_u}{\alpha_v}$, on peut ramener l'image à une image dont les pixels sont carrés.

2.3 Modèles de projection

Comme le capteur présente une symétrie angulaire, on peut réduire la complexité du problème en raisonnant sur une coupe angulaire 2-D [figure 1]. Dans le plan de coupe θ , un point 3-D ($p = [x, y, z]^T$) est représenté par $(r_c = \sqrt{x^2 + y^2}, z)$ dans le repère (\vec{R}, \vec{Z}) , avec \vec{R} un vecteur unitaire colinéaire à la projection de \vec{FP} sur le plan (\vec{x}, \vec{y}) [figure 2]. Pour définir la projection (de l'environnement 3-D

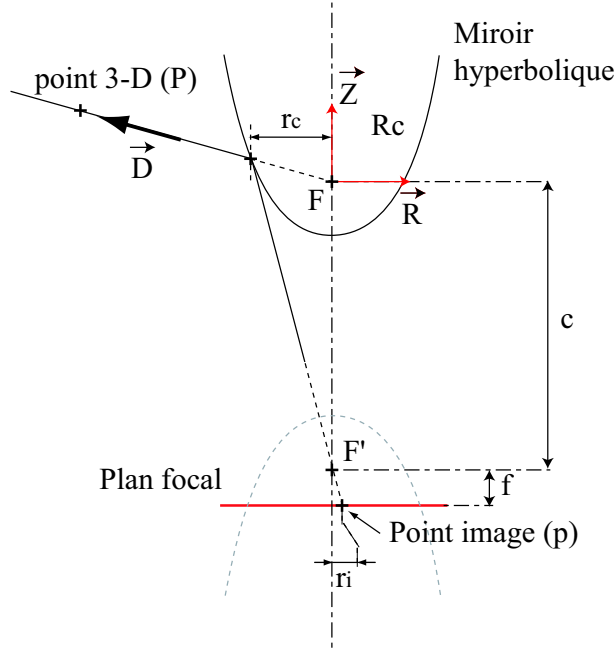


Figure 2 – Plan de coupe de la caméra et notations.

vers l'image) et la projection inverse (de l'image vers le 3-D), définissons deux fonctions. Soit g tel que $g : P \mapsto (u, v)$ et g^* tel que $g^* : (u, v) \mapsto \vec{D}$ avec \vec{D} un vecteur colinéaire à \vec{FP} . L'expression de g s'obtient en utilisant la formule du miroir (1) et le principe de réflexion des rayons lumineux illustré sur la figure [figure 2]. Pour cela on exprime la distance r_i avec l'équation (4), voir en annexe.

$$r_i = \alpha r_c \frac{\pm \sqrt{k(k-2)(z^2 + r_c^2) - z(k-1)}}{z^2 - k(k-2)r_c^2} \quad (4)$$

On peut ensuite écrire :

$$g(x, y, z) = (r_i \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} + u_0, r_i \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} + v_0) \quad (5)$$

La fonction g n'est pas inversible due à la double projection (sur le miroir puis la rétine). La projection inverse g^* , ne donne que la direction dans l'espace associée au point image. En partant des coordonnées (u, v) d'un pixel, on peut alors définir r_i par $\pm \sqrt{u^2 + v^2}$. L'expression de g^* est donnée par :

$$g^*(u, v) = (\frac{u}{\sqrt{u^2 + v^2}}, \frac{v}{\sqrt{u^2 + v^2}}, z) \quad (6)$$

avec :

$$z = r_i \frac{\alpha(k-1) \pm \sqrt{k(k-2)((\alpha)^2 + r_i^2)}}{r_i^2 k(k-2) - \alpha^2}$$

Ces équations nous permettent donc de passer de l'espace 3D à l'espace image et vice-versa. Cependant les valeurs des différents paramètres composant le modèle de la caméra ne sont pas connues. Il faut donc une procédure pour étalonner le système et estimer les valeurs de ces paramètres.

3 Estimation des paramètres intrinsèques et extrinsèques

Pour réaliser l'étalonnage du capteur, des paires de points (P, p) sont nécessaires, où P est un point 3D connu dans le repère R_c et p est sa projection sur l'image dont les coordonnées sont (u, v) . Généralement les

points 3D sont extraits d'une mire d'étalonnage. Leurs coordonnées sont connues dans un repère attaché à la mire (repère monde noté R_w). Il est donc nécessaire d'estimer la transformation de repère entre R_c et R_w . En toute rigueur, cette transformation fait intervenir 6 degrés de liberté (trois translations et trois rotations). Cependant, on peut, pendant la phase d'étalonnage et avec une mire particulière, faire en sorte que les axes \vec{Z} des deux repères soient parallèles (paragraphe 4). Dans ce cas la transformation de repère est paramétrée par $(\psi, \vec{\Delta})$, où ψ est l'angle de rotation autour de l'axe \vec{Z} et $\vec{\Delta} = [\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z]^T$ est le vecteur correspondant à la translation entre les origines des deux repères.

L'étalonnage du capteur se focalise uniquement sur l'estimation des paramètres des deux fonctions g et g^* . Ainsi l'estimation de tous les paramètres intrinsèques de la caméra hyperbolique n'est pas nécessaire. En effet, le terme c , distance entre les deux foyers de l'hyperboloïde, n'intervient pas dans les équations de projection. D'après les équations (5) et (6), deux paramètres sont indispensables. Il s'agit de k et de α . Il existe deux autres paramètres intrinsèques utilisés implicitement dans nos formules : la projection de l'axe focal sur le plan image (u_0, v_0) .

Dans ce paragraphe l'appariement entre les points 3D (P) connus dans un repère monde (R_w) et les pixels (u, v) sur l'image omnidirectionnelle est supposé réalisé. L'extraction des points particuliers et l'appariement sera détaillée dans le paragraphe suivant. L'estimation des paramètres extrinsèques et intrinsèques utilisés dans g et f^* nécessite de connaître au minimum trois paires de points.

3.1 Estimation de ψ , Δ_x et Δ_y

Nous pouvons remarquer, dans le cas où les pixels de la rétine sont carrés, qu'il y a conservation de l'angle θ (angle entre la projection de \vec{FP} sur le plan (X_c, F, Y_c) et l'axe \vec{Y}_c) entre l'espace 3-D (point P) et l'espace pixellique (pixel (u, v)). Sur la figure [figure 3] on aura donc $\theta_{3-D} = \theta_{pixel}$.

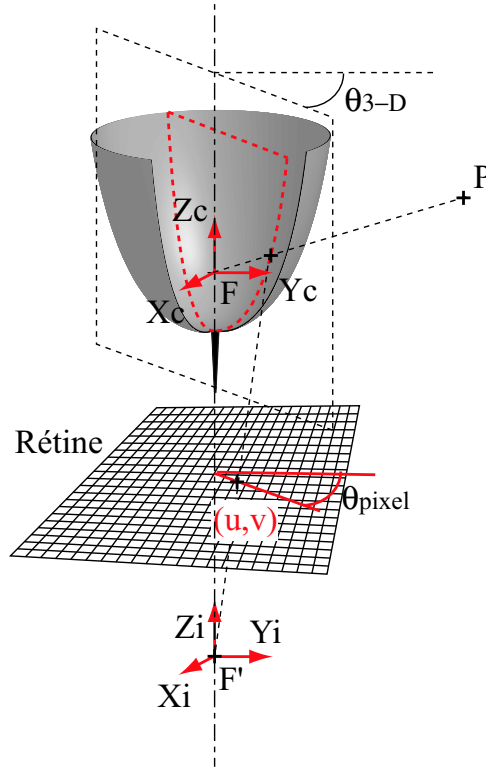


Figure 3 – Conservation de l'angle θ lors de la projection d'un point P dans l'image.

Nous allons partir d'un cas simple pour revenir, à la fin, au cas le plus général. Si on fait l'hypothèse que $\vec{\Delta}$ est égal à $\vec{0}$, alors calculer l'angle ψ (rotation autour de \vec{Z} entre le repère mire R_w et le repère caméra R_c) est simple. En effet, les axes \vec{Z} des repères R_w et R_c sont confondus. Il suffit de considérer une paire (point 3-D, pixel), de faire la différence entre l'angle θ_{3-D} calculé à partir du point 3D et l'angle θ_{pixel} calculé à partir des coordonnées du pixel (u, v) . Cette méthode reste vraie quelle que soit la valeur de Δ_z . Par contre si Δ_x ou Δ_y sont non nuls, la relation devient fautive. Nous allons donc tout d'abord estimer Δ_x et Δ_y puis ψ .

Soit P un point de coordonnées $[X_w, Y_w, Z_w]^T$ dans le repère R_w . Les coordonnées du vecteur \overrightarrow{FP} dans le repère R_w et R_c sont les mêmes si $\psi = 0$. Supposons que ψ soit nul et calculons l'expression de \overrightarrow{FP} dans les deux repères. Dans R_w nous avons :

$$\overrightarrow{FP}_{R_w} = (X_w - \Delta_x, Y_w - \Delta_y, Z_w - \Delta_z) \quad (7)$$

Dans le repère R_c on a :

$$\overrightarrow{FP}_{R_c} = (X_c, Y_c, Z_c) \quad (8)$$

L'expression de \overrightarrow{FP} dans la coupe angulaire le comprenant et dans le repère (\vec{R}, \vec{Z}) donne l'équation (9).

$$\overrightarrow{FP} = \gamma \vec{R} + Z_c \vec{Z} \quad (9)$$

avec

$$\vec{R} = \left(\frac{X_c}{\sqrt{X_c^2 + Y_c^2}}, \frac{Y_c}{\sqrt{X_c^2 + Y_c^2}}, 0 \right) = \pm \left(\frac{u}{\sqrt{u^2 + v^2}}, \frac{v}{\sqrt{u^2 + v^2}}, 0 \right) \quad (10)$$

Le signe \pm dans (10) dépend de la position de la rétine avant ou après le foyer. L'introduction d'un autre point P' (et de son pixel associé (u', v')) permet l'estimation de γ . Pour cela, définissons le vecteur $\vec{T} = [T_x, T_y, T_z]^T$ tel que : $\vec{T} = (X_c - X'_c, Y_c - Y'_c, 0)$. Puisque les deux expressions (7) et (8) sont équivalentes, on peut écrire : $\vec{T} = (X_w - \Delta_x - X'_w + \Delta_x, Y_w - \Delta_y - Y'_w + \Delta_y, 0)$, soit $\vec{T} = (X_w - X'_w, Y_w - Y'_w, 0)$. En utilisant cette dernière expression on trouve l'équation (11).

$$\gamma \frac{u}{\sqrt{u^2 + v^2}} + T_x = \gamma' \frac{u'}{\sqrt{u'^2 + v'^2}} \quad \text{et} \quad \gamma \frac{v}{\sqrt{u^2 + v^2}} + T_y = \gamma' \frac{v'}{\sqrt{u'^2 + v'^2}} \quad (11)$$

En utilisant les deux termes de (11) on trouve l'expression de γ (12).

$$\gamma = \sqrt{u^2 + v^2} \frac{v'T_x - u'T_y}{u'v - uv'} \quad (12)$$

En manipulant les formules (8), (9) et (12) on peut facilement trouver les expressions de X_c et Y_c :

$$X_c = u \frac{v'T_x - u'T_y}{u'v - uv'} \quad \text{et} \quad Y_c = v \frac{v'T_x - u'T_y}{u'v - uv'} \quad (13)$$

Ensuite, en comparant les expressions de \overrightarrow{FP} dans R_w et R_c , on trouve les expressions de Δ_x et Δ_y .

$$\Delta_x = X_w - u \frac{v'T_x - u'T_y}{u'v - uv'} \quad (14)$$

$$\Delta_y = Y_w - v \frac{v'T_x - u'T_y}{u'v - uv'} \quad (15)$$

Puisque $\vec{\Delta}$ correspond à la translation entre les deux repères si $\psi = 0$, alors, pour n'importe quelle autre paire de points on doit retrouver la même valeur de $\vec{\Delta}$. Si maintenant $\psi \neq 0$, alors il faut remplacer dans les formules (14) et (15) u et v par : $u \Leftrightarrow u \cos(\psi) - v \sin(\psi)$ et $v \Leftrightarrow u \sin(\psi) + v \cos(\psi)$. On a alors pour Δ_x (et pour Δ_y) une équation de la forme :

$$\Delta_x = X_w - \frac{A \cos^2(\psi) + B \sin^2(\psi) + C \cos(\psi) \sin(\psi)}{D(\cos^2(\psi) + \sin^2(\psi))} \quad (16)$$

avec les coefficients A, B, C, D explicités dans le tableau [tableau 1]. En considérant une autre paire de points, par exemple (P, P'') , et en supposant toujours que $\psi \neq 0$, on peut obtenir une deuxième expression de Δ_x et Δ_y .

$$\Delta_x = X_w'' - \frac{A'' \cos^2(\psi) + B'' \sin^2(\psi) + C'' \cos(\psi) \sin(\psi)}{D''(\cos^2(\psi) + \sin^2(\psi))} \quad (17)$$

En utilisant les formules (16) et (17) pour Δ_x , on arrive à une équation du second degré en $\tan(\psi)$ qu'il est facile de résoudre.

$$((DB'' - BD'') + DD'(X'' - X)) \tan^2(\psi) + (DC'' - CD'') \tan(\psi) + (DA'' - AD'') + DD''(X'' - X) = 0 \quad (18)$$

Tableau 1 – Tableau des coefficients A, B, C, D de l’expression de Δ_x et Δ_y .

Coefficient	Δ_x	Δ_y
A	$u(v'T_x - u'T_y)$	$v(v'T_x - u'T_y)$
B	$-v(v'T_y + u'T_x)$	$u(v'T_y + u'T_x)$
C	$(uu'-vv')T_x + (uv'+u'v)T_y$	$(uv'+vu')T_x + (vv'-uu')T_y$
D	$(u'v-uv')$	$(u'v-uv')$

Une formule similaire peut être trouvée en utilisant les équations portant sur Δ_y . Nous avons donc deux paires de solutions aux équations quadratiques en $\tan(\psi)$. Cependant, il existe une seule solution commune pour Δ_x et Δ_y . Du fait de la π périodicité de la fonction tangente, il y a ensuite deux solutions possibles pour ψ . Seule une des deux solutions est cohérente car elle conserve l’ordre des points entre le monde 3-D et l’image. C’est celle-ci qui sera retenue.

En toute rigueur, il est donc nécessaire d’avoir deux paires de points (trois points au minimum) pour calculer de façon analytique ψ , Δ_x et Δ_y . Les données sont échantillonnées, les méthodes de détection des points sont donc entachées d’erreurs de mesure ou de bruit, il devient nécessaire de prendre plus de points et d’effectuer des statistiques sur les résultats. On pourra par exemple dans un premier temps prendre plusieurs triplets de points et effectuer la moyenne sur chaque jeu de paramètres. On peut également envisager l’utilisation de statistiques robustes afin de rejeter les estimations de paramètres aberrantes.

3.2 Estimation de k , α et Δ_z

On suppose maintenant connus Δ_x , Δ_y , ψ . On peut donc, sous peine d’effectuer la transformation inverse de tous les points : rotation de $-\psi$ et translation de $[-\Delta_x, -\Delta_y, 0]^T$ ramener la transformation reliant les deux repères R_w et R_c à une simple translation suivant l’axe Z (représenté par Δ_z). Nous n’avons pas réussi à exprimer de façon littérale les trois derniers paramètres. Ils seront donc recherchés par le biais d’un processus de minimisation non linéaire.

Pour une paire (Δ_z, k) , il est possible de calculer l’unique valeur de α permettant la projection d’un point 3-D P en son pixel correspondant (u, v) dans l’image omnidirectionnelle. Soit une paire (Δ_z, k) connus. Les règles de réflexion sur la surface du miroir font que l’angle entre le rayon incident et la normale au miroir au point d’impact est le même que l’angle entre le rayon réfléchi et la normale [figure 4]. L’expression de la normale peut être établie grâce à la dérivée de l’équation (1) au point d’impact. L’expression de cette dérivée est donnée par :

$$\frac{dZ}{dR} = \pm \frac{\sqrt{k(k-2)}}{\sqrt{2k + \frac{c^2}{\rho^2}(1 + \tan(\beta)^2)}}. \quad (19)$$

Cette équation dépend d’un facteur $\frac{c}{\rho}$. Celui-ci peut être déterminé en calculant l’intersection du miroir et du faisceau passant par le pixel (u, v) et le foyer de la caméra. Le calcul de cette intersection donne une équation du second ordre en $\frac{c}{\rho}$. Ses solutions sont :

$$\frac{c}{\rho} = \frac{k(2(\tan^2(\beta) + 1) - k)}{-k.\tan(\beta)\sqrt{1 + \tan^2(\beta)} \pm (1 + \tan^2(\beta))\sqrt{k(k-2)}} \quad (20)$$

Seule la solution avec le signe + est physiquement cohérente dans l’équation (20). L’autre considère que les rayons lumineux traversent le miroir.

Connaissant le point 3-D P , l’angle de réflexion sur la surface du miroir et (Δ_z, k) , il existe une seule et unique valeur de α permettant au rayon provenant de P de se projeter en (u, v) sur l’image. Un processus d’optimisation non linéaire est employé pour déterminer les valeurs de (Δ_z, k) . Le critère de minimisation est la distance quadratique entre les points d’intérêt détectés dans l’image et les pixels construits à partir des projections des points 3-D de la mire et du jeu de paramètres testé. L’initialisation du paramètre Δ_z est faite de sorte à ce que tout les points de la mire soient visibles sur l’image. La valeur de k est normalement supérieure à 2 pour une hyperbole, il suffit donc de prendre une valeur supérieure à 2 pour l’initialisation.

L’estimation des deux paramètres restants (u_0, v_0) est fortement liée à l’aspect de la mire. Elle sera donc détaillée dans le paragraphe suivant.

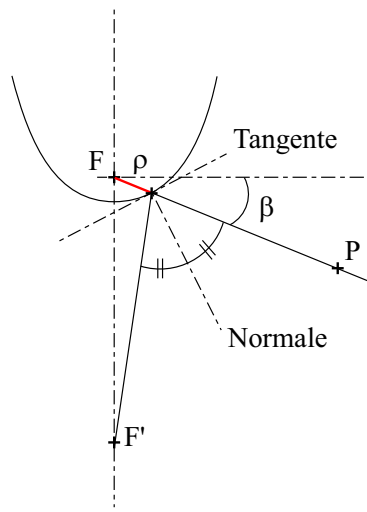


Figure 4 – Représentation polaire de l'hyperbole.

4 Mire d'étalonnage

Nous avons vu, dans le paragraphe 3, que pour estimer les paramètres de la caméra panoramique, il fallait des paires de points : points 3-D et pixels dans l'image. De plus, il fallait que l'axe vertical de la mire et celui de la caméra soient colinéaires. Une mire d'étalonnage spécifique est donc présentée dans ce paragraphe. Ses principaux avantages sont : d'une part une diminution du nombre de paramètres extrinsèques à estimer, d'autre part, une grande facilité à identifier les points caractéristiques, et ce de façon automatique.

4.1 Caractéristiques de la mire et avantages

Partant de l'observation que le système présente une symétrie axiale, et comme l'ont fait Bakstein et Pajdla dans [BP02], nous avons envisagé une mire présentant une symétrie de révolution [figure 5]. La mire est un simple quadrillage régulier noir sur fond blanc. L'espace entre les lignes horizontales (resp. verticales) est constant. Le quadrillage est plaqué sur le verre de protection, ainsi la mire forme un

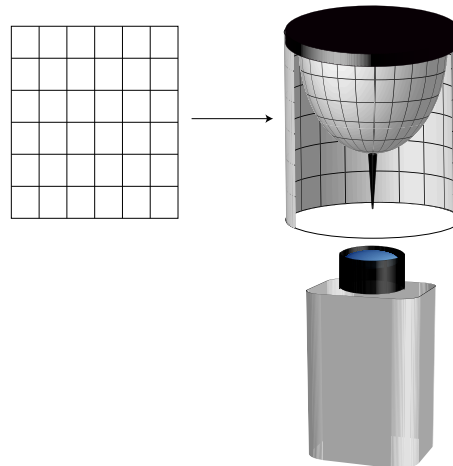


Figure 5 – Grille de d'étalonnage déployée et en position sur la caméra.

cyindre dont l'axe vertical coïncide avec celui de la caméra. Sur la figure [figure 6] on peut voir l'image de la mire prise par la caméra omnidirectionnelle. Nous espérons ainsi vérifier la première condition sur la colinéarité des axes verticaux. Les lignes verticales de la mire se projettent en lignes radiales dans l'image, et les lignes horizontales se projettent en cercles concentriques (plus une droite horizontale est "basse" sur la mire, plus le cercle lui correspondant se rapproche du centre de l'image). S'il subsiste un

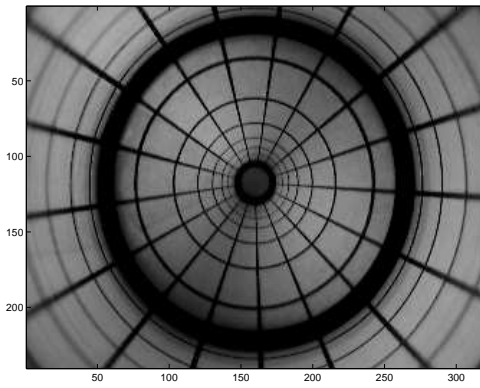


Figure 6 – L'image de la mire.

léger écart entre les axes verticaux de la mire et de la caméra, les droites horizontales ne se projette pas sous forme de cercles mais d'ellipses.

Le fait que ces deux axes soient colinéaires permet de supprimer deux rotations des paramètres extrinsèques (rotations autour des axes X et Y). Si, de plus, les axes sont confondus, alors le vecteur de translation entre les deux origines des repères est lui aussi simplifié puisque Δ_x et Δ_y sont nuls. Puisque la procédure d'étalonnage permet l'estimation de ces deux termes, nous vérifierons qu'ils sont bien négligeables. D'autre part, le fait que la mire présente une symétrie axiale réduit l'influence du paramètre extrinsèque ψ . En effet, si les pixels de l'image sont carrés et si on réalise une mire tel que son périmètre est divisé en un nombre entier de secteurs angulaires identiques : $E_h = \frac{\pi\Phi}{N}$, où E_h est l'écart entre deux lignes verticales, Φ est le diamètre de la mire et N le nombre de droites verticales, alors la mise en correspondance : points 3-D/pixels est grandement simplifiée. Comme l'image et la mire possèdent une symétrie axiale, l'orientation de la mire devient arbitraire et les repères sont définis de sorte que $\psi = 0$.

Les points caractéristiques qui vont servir à l'étalonnage de la caméra sont les intersections des cercles et des droites. Pour les identifier de façon automatique, trois étapes sont nécessaires : extraction de droites puis des cercles et enfin calcul des intersections. L'avantage de cette mire est que les droites comme les cercles sont des formes géométriques relativement simples à extraire d'une image.

4.2 Extraction des droites

Nous basons notre extraction sur l'utilisation de la transformée de Hough floue (THF). L'étape préalable à l'utilisation de cette transformation consiste en la classification floue de chaque pixel de l'image. Les formes qui nous intéressent sont noires, c'est donc à ce niveau de gris qu'on attribue la valeur "1" tandis qu'au blanc est attribué la valeur "0". Cette opération revient à inverser les niveaux de gris de l'image.

L'estimation des droites est réalisée en deux étapes. La première consiste en l'estimation grossière de la position de la droite grâce à la transformée de Hough. A partir de cette estimation, une portion de l'image entourant la droite est sélectionnée et une régression robuste est effectuée pour estimer l'équation de la droite. En effet, puisque certains paramètres du modèle du capteur sont estimés par minimisation d'un critère au sens des moindres carrés, l'estimation des points caractéristiques doit être cohérente avec cette minimisation.

D'après la géométrie du capteur, toutes les droites radiales convergent en un seul et même point : la projection de l'axe de symétrie du miroir sur la rétine (u_0, v_0) . Il est donc nécessaire d'estimer, au moins grossièrement, la position de (u_0, v_0) . En première estimation, (u_0, v_0) sera pris comme le barycentre de la zone noire centrale (cette estimation sera affinée par la suite). Nous utilisons une représentation polaire des droites pour simplifier leur expression [figure 7]. Toutes les droites radiales de la mire passent par le point (u_0, v_0) , elles peuvent donc être caractérisées par le seul angle θ .

La recherche des droites est basée sur un processus d'accumulation de type transformée de Hough floue ([Str99]). Pour chaque pixel de l'image on calcule l'angle θ qu'il fait avec l'axe horizontal et on accumule la valeur de son niveau de gris pondéré par son appartenance μ aux cellules de l'accumulateur flou [figure 8]. Pour le pixel p caractérisé par un angle θ , la valeur accumulée pour la k^{eme} cellule Acc_k est définie par : $\mu_{Acc_k}(\theta) * Ng(p)$, où $Ng(p)$ est le niveau de gris du pixel p . Les droites radiales correspondent à des maxima de l'accumulateur angulaire. L'utilisation d'un accumulateur flou permet d'obtenir une estimation du mode de façon quasi-continue malgré l'échantillonnage apporté par la partition. La procédure

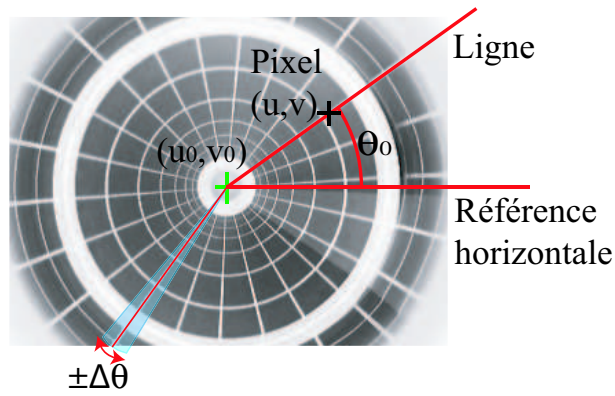


Figure 7 – Paramétrisation polaire d’une droite radiale dans l’image omnidirectionnelle.

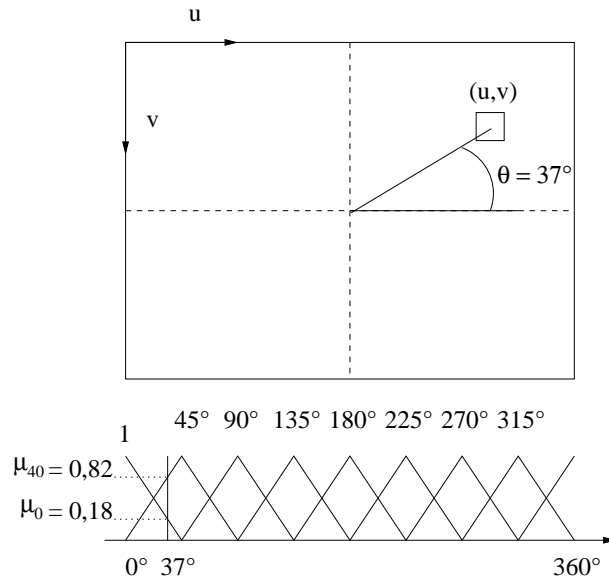


Figure 8 – Accumulation du "vote" du pixel (u, v) d’angle $\theta = 37^\circ$. Dans le cas illustré, l’accumulateur possède 8 cellules dont une particulière (celle de 0° et 360°) car par définition l’angle est 2π périodique.

pour rechercher les différents modes locaux de l’accumulateur est directement inspirée de l’estimation modale développée dans ([CSA01]). On verra dans la section 5 qu’un filtrage sur l’accumulateur permet d’améliorer l’estimation des droites.

La première détermination des droites sert de support pour l’estimation au sens des moindres carrés. Pour cela, une zone est définie autour de la droite détectée. Cette zone est un secteur angulaire dont la taille dépend du nombre de droites présentes dans l’image [figure 7]. En fait il ne faut pas que des secteurs se recoupent. Les pixels de la zone sont ensuite seuillés pour ne garder que les plus clairs. Une procédure d’estimation moindres carrés robuste des paramètres de la droite est alors utilisée suivant la méthode de Hinich et Talwar ([LT87]). L’utilisation d’une approche robuste s’impose puisque certains pixels blancs des zones étudiées n’appartiennent pas aux droites mais aux cercles qui les intersectent. Il s’agit donc d’éliminer les estimations biaisées par ces pixels. Dans cette dernière phase, le point de passage (u_0, v_0) n’est pas imposé : l’estimation est donc non contrainte. Ceci nous permet d’estimer une nouvelle valeur pour (u_0, v_0) comme l’intersection de toutes les droites estimées au sens des moindres carrés.

4.3 Extraction des cercles et des points caractéristiques

L’extraction des cercles suit à peu près la même logique que celle des droites. Il s’agit de retrouver des cercles concentriques centrés sur (u_0, v_0) . Puisque le centre est connu, la encore, un seul paramètre permet de représenter les cercles : le rayon. Pour chaque pixel de l’image, on calcule le rayon de ses coordonnées

polaires, et on accumule son niveau de gris pondéré par l'appartenance aux cellules de l'accumulateur. Comme pour les droites, une étape de normalisation est nécessaire puisque les cercles proches du centre de l'image sont composés de moins de points que ceux de l'extérieur. Un deuxième accumulateur stockant uniquement les coefficients d'appartenance est donc construit. L'accumulateur final est le quotient des deux accumulateurs.

La deuxième étape consiste en la définition d'une zone autour de chaque cercle estimé et de rechercher l'équation des cercles au sens des moindres carrés. Puisqu'un petit décalage peut exister entre l'axe Z de la mire et celui du miroir, des ellipses sont recherchées à la place des cercles. Le reste de la méthode employée est le même que dans le paragraphe 4.2. Afin de ne pas trop bruyter l'estimation des ellipses, les zones où les droites radiales coupent les ellipses sont retirées.

La détermination des points caractéristiques sur l'image de la mire se fait en calculant les intersections entre les droites et les ellipses trouvées dans les deux étapes précédentes.

5 Résultats

Cette section présente les résultats obtenus pour l'étalonnage d'une caméra panoramique avec un miroir hyperbolique. La caméra est une caméra numérique SONY DFW-V500. L'objectif hyperbolique est produit par la société japonaise V-Stone. La mire est un cylindre comprenant 6 lignes horizontales et 17 lignes verticales plaqué sur la vitre de protection du miroir (diamètre 55mm). L'espacement entre les lignes verticales est tel que la circonférence de la mire est divisée en 17 parties égales [figure 6].

La procédure de détection des points caractéristiques est appliquée sur cette image. Les figures suivantes illustrent les différentes étapes de l'estimation des points caractéristiques. La figure [figure 9(a)] représente l'accumulateur des angles pour la détection des droites. Afin de mieux isoler les maxima locaux de l'accumulateur, une étape de filtrage est appliquée sur l'accumulateur corrigé. Un filtre médian, d'horizon inférieur à l'écart entre deux maxima successifs, est appliqué sur l'accumulateur afin d'en estimer la tendance [figure 9(b)]. Une fois cette tendance soustraite [figure 9(c)], on applique le processus de recherche de mode sur l'accumulateur. Le résultat est présenté sur la figure [figure 9(d)]. Un processus similaire est employé pour déterminer les cercles composant la mire.

Le processus d'estimation des droites et des ellipses au sens des moindres carrés est ensuite appliqué. La figure [figure 10] illustre l'estimation des ellipses et des droites. On peut voir les points sélectionnés dans la zone entourant chaque cercle permettant d'estimer les ellipses. Dès lors les droites estimées, la première estimation de (u_0, v_0) peut être améliorée. En calculant le barycentre de toutes les intersections des droites on obtient les nouvelles coordonnées de la projection de l'axe du miroir sur l'image : $(u_0, v_0) = (159.84, 117.93)$ en pixels.

Une comparaison des résultats obtenus pour les estimations des droites et des cercles/ellipses dans l'image entre la transformée de Hough floue et l'estimation au sens des moindres carrés est présentée dans [tableau 2] et [tableau 3]. On peut voir que les écarts entre les deux estimations sont relativement faibles. Concernant les angles des droites, l'écart est de l'ordre du dixième de degrés. Les paramètres donnés par l'estimation au sens des moindres carrés nous indiquent qu'il existe un léger décalage entre les axes de la mire et du miroir car les projections des droites horizontales ne sont pas exactement des cercles mais des ellipses. On notera que les centres des ellipses sont très proches de l'estimation de (u_0, v_0) et que les grands axes et petits axes des ellipses sont eux aussi très proches. De plus les grands axes des ellipses sont quasiment identiques aux rayons des cercles qui leur sont associés. On notera également que la composante en xy est très faible ce qui implique que les axes des ellipses sont quasiment colinéaires au repère de l'image.

Tableau 2 – Tableau des angles des droites dans l'image de la mire obtenus par transformée de Hough floue (HF) et par estimation au sens des moindres carrés (MC).

Angles des droites									
HF	3.06	25.03	45.36	66.36	88.25	109.68	130.55	151.68	172.47
	194.38	214.42	235.58	256.29	278.32	299.5	320.55	341.73	
MC	3.18	25.12	45.35	66.37	88.17	109.66	130.47	151.62	172.51
	194.28	214.35	235.61	256.26	278.34	299.51	320.61	341.76	

Il est maintenant nécessaire d'établir les couples Points 3-D/pixels. Les seules informations utiles pour calculer les coordonnées des points 3-D de la mire sont le diamètre de celle-ci et le nombre de lignes horizontales et verticales. L'appariement des points de la mire et de l'image est relativement simple.

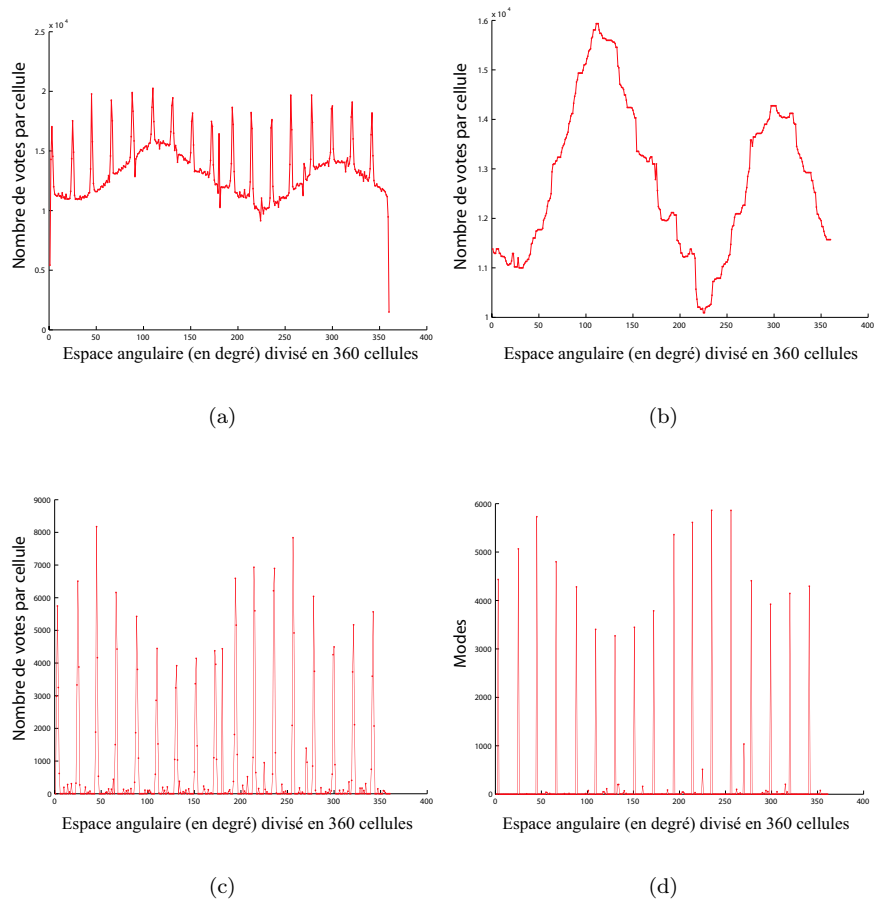


Figure 9 – Accumulateur angulaire pour la détection des droites : (a) Accumulateur brut, (b) Accumulateur filtré par filtre médian, (c) accumulateur final (brut moins tendance), (d) résultat de la détection des modes de l'accumulateur.

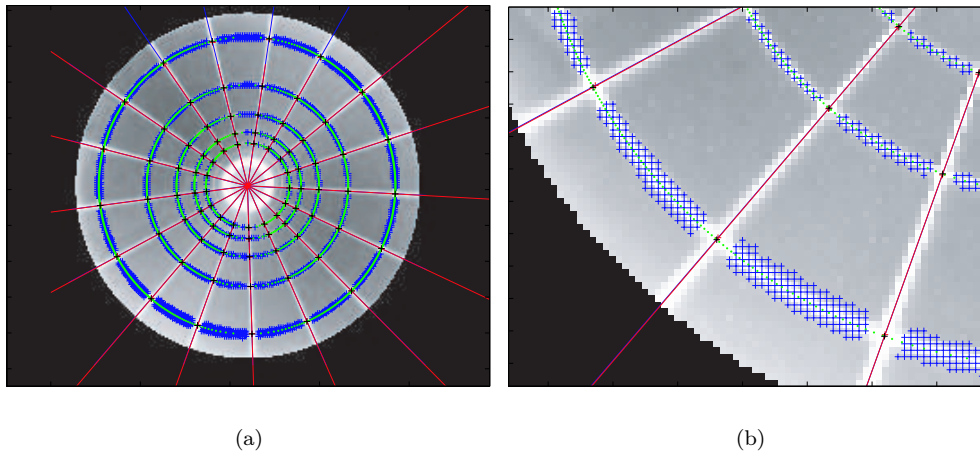


Figure 10 – a) Illustration du processus d'estimation au sens des moindres carrés des droites et des ellipses dans l'image de la mire, b) détail.

L'origine du repère de la mire est fixé au centre de la mire et tel que le cercle le plus haut soit à $Z_w = 0$. Le cercle le plus haut de la mire visible par la caméra est alors associé au cercle de plus grand diamètre dans l'image. L'orientation de la mire est arbitraire puisque tous ses secteurs angulaires sont identiques. N'importe quelle droite verticale de la mire peut alors être associée à n'importe quelle droite radiale dans

Tableau 3 – Tableau de comparaison entre l’estimation des cercles à l’aide de la transformée de Hough floue et estimation des ellipses par moindres carrés non linéaires.

Cercles (Hough)			Ellipses (MCNL)				
centre		rayon	centre		$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + cxy = 1$		
u_0	v_0		u_0	v_0	a	b	c
159.86	117.96	82.47	159.58	117.74	82.76	82.76	0
159.86	117.96	56.28	159.78	117.88	56.25	56.17	-10^{-6}
159.86	117.96	39.76	159.91	117.69	39.75	39.75	2.10^{-6}
159.86	117.96	29.70	159.96	117.67	29.77	29.67	-2.10^{-6}
159.86	117.96	23.37	159.97	117.57	23.32	23.52	16.10^{-6}

l’image. Il suffit ensuite juste de respecter le même ordre de parcours des droites 3-D et radiales. La procédure d’appariement est donc elle aussi entièrement automatisée.

En considérant tous les points de la mire (85 points), la procédure d’estimation des paramètres fournit les résultats récapitulés dans le tableau [tableau 4]. Comme on peut le voir le décalage entre les deux

Tableau 4 – Paramètres de la caméra hyperbolique

u_0	v_0	k	α	Δ_x	Δ_y	Δ_z	ψ
159.84	117.93	3.92	195.72	-0.16 (mm)	0.08 (mm)	-3.71 (mm)	18.05°

axes de symétrie (mire et miroir) n’est pas nul, même s’il reste très petit (0.16mm en x et 0.08mm en y). Cela signifie que le miroir de projection lui n’est pas exactement centré sur le miroir. Afin d’illustrer la pertinence de l’étalonnage, une projection des points de la mire avec le jeu de paramètres retenus est effectuée [figure 11]. Cette projection est réalisée à l’aide de la fonction g définie dans le paragraphe 2.3. Les croix représentent les points extraits directement à partir de l’image de la mire, tandis que les cercles indiquent la projection des points 3-D de la mire avec le jeu de paramètres estimés. Le calcul de la distance moyenne entre les points estimés et reconstruits donne une valeur de 0.11 pixels ce qui reste raisonnable. L’erreur maximale est quant à elle de 1.81 pixels. D’autres test ont été réalisés en

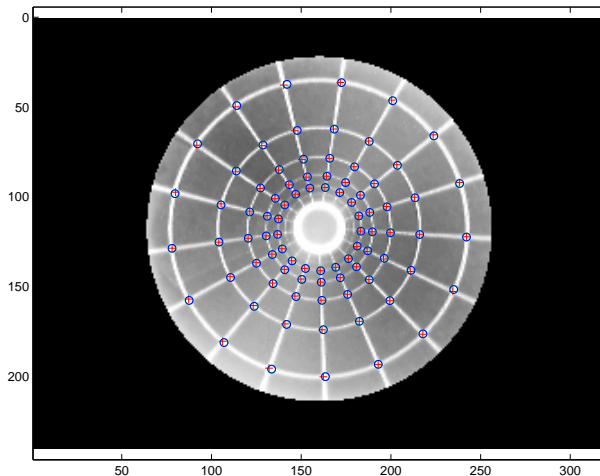


Figure 11 – Comparaison entre les points de la mires estimés et projetés.

prenant 15 paires de points aléatoirement pour estimer les paramètres du modèle. L’erreur moyenne de reconstruction a ensuite été calculée pour les 70 paires de points restantes. Cette procédure a été répétée cent fois. Pour chacun de ces cas, l’erreur moyenne de reconstruction est de l’ordre de 0.3 pixels, l’erreur maximale est de l’ordre de 2.3 pixels.

Pour tester si notre estimateur est biaisé, nous avons utilisé une procédure Jackknife [LT87]. Nous avons estimé nos paramètres T_n avec toutes les mesures disponibles : $17 \times 5 = 85$ paires de points. Nous avons ensuite généré 85 ensembles de paires de points en supprimant la i^{eme} paire de points avec $i \in [1, n = 85]$. Nous avons estimé les paramètres du modèle à l’aide de chacun de ces ensembles : T_{n-1}^i . Nous en avons

déduit le Jackknife $J(T_n)$ ainsi que la matrice de variance covariance $V(J(T_n))$ de l'estimateur. Le biais de l'estimateur est évalué en calculant $T_n - J(T_n)$. Nous avons réalisé un test du χ^2 sur le biais pour vérifier que notre modèle est satisfaisant. Nous avons obtenu une valeur de χ^2 de 0.0043 ce qui signifie qu'il y a 5% de chance qu'un biais existe dans l'estimateur.

Nous avons également modélisé le capteur ainsi que la mire à l'aide d'un logiciel d'images de synthèse. Nous avons exécuté la procédure d'estimation sur l'image ainsi générée. les résultats donnent une erreur de reconstruction totale de 0.17 pixels (en utilisant les 85 points de la mire) soit une erreur moyenne de 0.002 pixels. Le tableau 5 indique la comparaison entre les valeurs simulées et estimées des paramètres.

Tableau 5 – Paramètres de la caméra hyperbolique

Paramètres	u_0	v_0	k	α
Simulés	159.84	117.93	3.92	195.72
Estimés	160.49	119.02	3.75	183.45
Erreur (en%)	0.4	0.9	4.3	6.3

Afin d'illustrer les performances de notre estimateur, Nous avons désanamorphosé l'image de la mire en utilisant les paramètres estimés. L'image omnidirectionnelle est projetée sur un cylindre, puis le cylindre est mis à plat [figure 12]. On peut vérifier que les cercles de l'image omnidirectionnelle se sont effectivement rétro-projetés en droites horizontales parallèles. De plus l'écart entre les droites horizontales est constant. Pour cette reconstruction aucune interpolation n'a été utilisée ce qui explique les déformations au bas de l'image. Elles sont liées au fait que la résolution de l'image omnidirectionnelle n'est pas constante radialement.

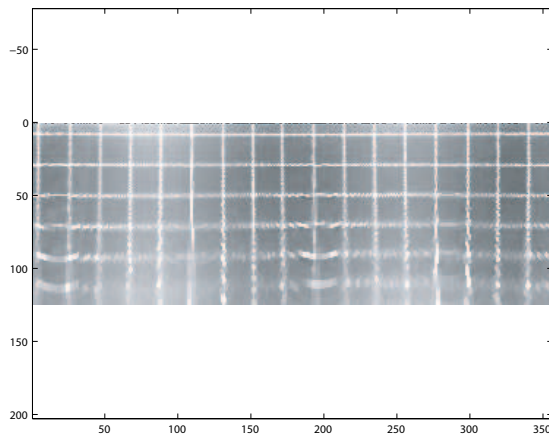


Figure 12 – Désanamorphose de la mire avec une projection cylindrique.

6 conclusion et perspectives

La grande majorité des travaux sur le calibrage des caméras catadioptriques à point de vue unique ont porté leur attention sur les caméras munies d'un miroir de forme paraboloidale. Ceci est sans doute lié aux propriétés géométriques de la projection qui transforment toute droite de l'espace en un arc de cercle sur l'image. L'identification des projections de droites 3-D est ainsi grandement simplifiée. Une grande partie de ces algorithmes ont ensuite été étendus à d'autres types de miroirs. Dans cet article, nous avons présenté une nouvelle méthode d'étalonnage dédiée aux caméras catadioptriques à point de vue unique munie d'un miroir hyperboloïde. Cette méthode s'appuie sur une mire dont la géométrie est dédiée à ce type de capteur. Elle présente l'avantage certain d'être entièrement automatique : nous proposons non-seulement une méthode d'identification des paramètres du système mais aussi une méthode de détection des points utilisés pour cette identification. Nous avons souhaité que ce calibrage soit simple à mettre en oeuvre. La mire que nous proposons est simple à créer et à positionner. Une seule image suffit pour calibrer le capteur.

La mire que nous proposons d'utiliser est un simple quadrillage que l'on plaque sur le cylindre transparent entourant le miroir. Nous proposons de détecter ce quadrillage en combinant deux estimateurs

complémentaires. D'une part, une transformation de Hough floue permet de repérer les zones dans lesquelles se trouvent les alignements de points. D'autre part, un estimateur moindres carrés robuste produit une identification sub-pixellique des paramètres des projections de la mire. Les points utilisés pour le calibrage sont donnés par l'intersection des projections des lignes verticales et horizontales de la mire.

Nous n'avons pas choisi d'utiliser le modèle de Geyer [GD01] pour l'identification. En effet, dans le cas où le miroir est hyperboloïde, un seul paramètre est nécessaire pour modéliser la projection. Un modèle utilisant deux paramètres risque de produire une identification biaisée. Il est cependant très simple de revenir, après identification, au modèle de Geyer. Le modèle que nous utilisons suppose un léger décentrage entre le cylindre de la mire et l'axe de révolution du miroir. Après identification, il s'avère que les paramètres descriptifs de ce décentrage sont non-nuls mettant ainsi en évidence des défauts sur la géométrie du capteur (décentrage, alignement, etc.). La prise en compte de ce défaut comme s'il était un décentrage permet une compensation de modèle amenant à une erreur moyenne d'identification de l'ordre du dixième de pixel.

La pertinence des résultats est illustrée à l'aide d'une désanamorphose de l'image de la mire. Nous avons pu constater que les propriétés du motif constituant la mire étaient correctement restituées. Afin d'enrichir les tests, nous avons procédé à l'estimation des paramètres à l'aide d'un jeu de points réduits répartis aléatoirement, puis mesuré l'erreur de reconstruction sur les points restants. Nous obtenons dans ce cas une erreur moyenne de l'ordre de trois dixième de pixels. Nous avons également vérifié qu'aucun biais sur l'estimateur n'était décelable à l'aide d'une procédure statistique Jackknife.

Il reste de nombreux points à aborder. L'enrichissement du modèle du capteur afin de prendre en compte la non satisfaction de la contrainte de point de vue unique (mauvais positionnement du miroir par rapport à la caméra) permettra sans doute d'améliorer notre procédure d'étalonnage. Nous pourrions utiliser les paramètres estimés pour initialiser le nouvel étalonnage plus complet. Nous prévoyons également tester l'influence de la répartition des points détectés dans la procédure d'étalonnage.

D'autre part, le montage permettant l'acquisition de l'image de mire est pour l'instant rudimentaire. Il consiste en une simple feuille sur laquelle le quadrillage est imprimé qui est ensuite plaqué sur le cylindre de protection du miroir. Puisque nous avons montré qu'il est possible d'estimer le décalage entre les axes de symétrie de la mire et du miroir, un montage avec une mire de diamètre plus important peut être envisagé. Celle-ci pourrait être réalisée dans un matériau rigide et les motifs pourraient être imprimés avec une plus grande précision.

Remerciements

Ces travaux ont été réalisés dans le cadre de deux projets : OMNIBOT (projet ROBEA) et WACIF (Projet RNTL).

Annexe

Equation de la droite passant par $P = (x, y, z)^T$ et l'origine de R_c : $Z = -\frac{z}{r_c}R$.

Equation de la droite passant par F' et le point image : $Z = -\frac{f}{r_i}R - c$.

L'intersection de ces deux droites donne un point de coordonnées : $Z = -\frac{czT_i}{zr_i - r_c f}$ et $R = \frac{cT_i}{zr_i - r_c f}$.

Celui-ci appartient au miroir hyperboloïde et vérifie $\frac{1}{a^2}(Z + \frac{c}{2}) - \frac{R^2}{b^2} = 1$. On en déduit l'équation (5).

Références

- [BA03] J. P. Barreto and H. Araujo. Paracatadioptric camera calibration using lines. In *Proceedings of IEEE int. conf. on Computer Vision ICCV'03*, volume 2, pages 1359–1365, Nice, France, October 2003.
- [BN01] S. Baker and S. K. Nayar. Single viewpoint catadioptric camera. In *Panoramic vision : sensor theory and application, monographs in computer science*, chapter 4, pages 223–243. Springer-Verlag, New York, 2001.
- [BP02] H. Bakstein and T. Pajdla. Panoramic mosaicing with a 180° field of view lens. In *Proceedings of the IEE workshop on Omnidirectional Vision 2002*, pages 60–67, Copenhagen, Denmark, June 2002.

- [CBDD00] C. Cauchois, E. Brassart, L. Delahoche, and T. Delhommelle. Reconstruction with the calibrated syclop sensor. In *Proc. of IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 1493–1498, Kagawa University, Takamatsu, Japan, november 2000.
- [CSA01] F. Comby, O. Strauss, and M. J. Aldon. Fuzzy approach of motion estimation. In *Proceedings of the 10th IEEE international conference on fuzzy systems*, volume 2, pages 549–552, Melbourne, Australia, December 2001.
- [FB02] M. Fiala and A. Basu. Feature extraction and calibration for stereo reconstruction using non-svp optics in a panoramic stereo-vision sensor. In *Proceedings of the IEEE Workshop on Omnidirectional Vision*, pages 79–86, Copenhagen, Denmark, June 2002.
- [FTB02] J. Fabrizio, J-P. Tarel, and R. Benosman. Calibration of panoramic catadioptric sensors made easier. In *Proc. of IEEE Workshop on Omnidirectional Vision (OMNIVIS'02)*, pages 45–52, Copenhagen, Denmark, June 2002.
- [GD01] C. Geyer and K. Daniilidis. Catadioptric projective geometry. *Int. Journal of Computer Vision*, 43 :223–243, 2001.
- [GD02] C. Geyer and K. Daniilidis. Paracatadioptric camera calibration. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 24(5) :687–694, May 2002.
- [Kan00] S. B. Kang. Catadioptric self calibration. In *Proc. of Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition*, volume 1, pages 1201–1207, Hilton Head, SC, USA, June 2000. IEEE Computer Society.
- [LT87] J-P. Lecoutre and P. Tassi. *Statistique non paramétrique et robustesse*. Economica, 49, rue Héricart, 75015 Paris, 1987.
- [PN97] V. Peri and S. K. Nayar. Generation of perspective and panoramic video from omnidirectional video. In *Proc. of DARPA Image Understanding Workshop*, pages 243–246, 1997.
- [PRAZ00] Shmuel Peleg, Benny Rousso, Alex Rav Acha, and Assaf Zomet. Mosaicing on adaptative manifolds. *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 22(10) :1144–1154, October 2000.
- [Ree70] D. W. Rees. Panoramic television viewing system. United States Patent No. 3, 505, 465, April 1970.
- [SIT00] T. Sogo, H. Ishiguro, and M. Trivedi. Real-time target localization and tracking by n-ocular stereo. In *Proc. of 1st International IEEE Workshop on Omnidirectional Vision at CVPR*, pages 153–160, Hilton Head Island, South Carolina, USA, June 2000.
- [Str99] O. Strauss. Use the fuzzy hough transform towards reduction of the precision/uncertainty duality. *Pattern Recognition*, 32(11) :1911–1922, 1999.
- [Stu00] P. Sturm. A method for 3d reconstruction of piecewise planar objects from single panoramic images. In *Proc. of 1st International IEEE Workshop on Omnidirectional Vision at CVPR*, pages 218–231, Hilton Head Island, South Carolina, USA, June 2000.
- [Yag99] Y. Yagi. Omnidirectional sensing and its applications. *IEICE Trans. Inf. and Syst.*, E82-D(3) :568–578, March 1999.
- [YKT94] Y. Yagi, S. Kawato, and S. Tsuji. Real-time omnidirectional image sensor (copis) for vision guided navigation. *IEEE transaction on Robotics and Automation*, 10 :11–22, 1994.