
Mouvements optimisés pour une propulsion anguilliforme Optimised gait for Anguilliform Motion

Olivier Parodi⁽¹⁾, Lionel Lapierre⁽²⁾, Bruno Jouvencel⁽²⁾

⁽¹⁾ *Robotic Department, LIRMM - UMR CNRS 5506, 161 Rue Ada, 34392, Montpellier, France*
E-mail: olivier.parodi@lirmm.fr

⁽²⁾ *Robotic Department, LIRMM - UMR CNRS 5506, 161 Rue Ada, 34392, Montpellier, France*
E-mail: {[lionel.lapierre](mailto:lionel.lapierre@lirmm.fr),[bruno.jouvencel](mailto:bruno.jouvencel@lirmm.fr)}@lirmm.fr

SHORT ABSTRACT: *In this paper, we are looking for a solution to optimize the gait generation of an eel-like robot. Previous works have shown that a successful approach to generate gait is to control explicitly the local system curvature. This control design based on Lyapunov methods warrants the convergence of the system shape towards the desired curvature profile. Then the purpose of this work is to determine a local optimized couple of curvature parameters which are able to guarantee a fast system response, an efficient propulsion which minimizes the spent energy or both of them. This is made through three criteria which are able to give us a local solution. Finally, we present results from simulations in motion planning for a ten-link-eel-like robot, to illustrate the performance of the proposed solution.*

Keywords: *Biomimeticism, anguilliform motion, optimised gait, Lyapunov based control design, biologically inspired solution.*

RÉSUMÉ COURT: *Dans cet article nous recherchons une solution permettant l'optimisation du mouvement de propulsion d'un robot anguille. Des travaux précédents ont montré qu'un des moyens pour y parvenir est de contrôler explicitement la courbure locale du système. Ce contrôle, basé sur les méthodes de Lyapunov, nous apporte la garantie de la convergence de la forme du système vers le profil de courbure désiré. Le but de ce travail est donc de déterminer un couple optimisé de paramètres de courbure capable de garantir une réponse rapide du système, une propulsion efficace qui minimise les pertes énergétiques ou bien les deux à la fois. Nous parvenons à ce résultat grâce à l'élaboration de trois critères qui nous donnent une solution optimisée localement. Pour finir, nous présentons des résultats issus de simulations pour un robot anguille à dix segments, pour illustrer les performances de la solution proposée.*

Mots-clés: *biomimétisme, mouvements anguilliformes, mouvements optimisés, contrôle basé sur la théorie de Lyapunov, solution inspirée de la biologie.*

1 INTRODUCTION

Les solutions inspirées de la biologie sont à l'origine d'un nouveau et large champ d'applications; ceci est particulièrement vrai pour le domaine sous marin où il semble intéressant de développer un robot anguille. En effet, les anguilles sont capables de créer des tourbillons le long de l'axe de leur corps qui leur assure un gaspillage d'énergie minime, une propulsion efficace et surtout une très grande manoeuvrabilité [1]. Selon les biologistes, les chercheurs en robotique peuvent considérer l'évolution de la forme du corps d'une anguille, comme une onde spatiale qui se propage. Ainsi, selon sa position, chaque vertèbre possède son propre déphasage. Dans ce papier, nous considérerons un modèle fortement couplé, non linéaire et hyperredondant basé sur le travail de K.McIsaac [5]. Le but de cet article est de présenter une méthode permettant de déterminer des paramètres optimisés pour la génération d'un tel mouvement permettant au robot de se déplacer avec efficacité.

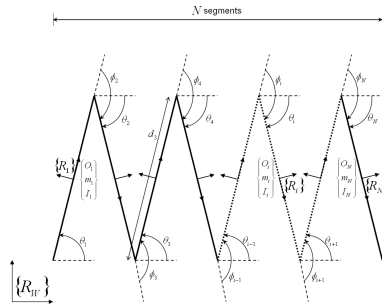


Fig. 1: Représentation du système

Il existe plusieurs méthodes dans la littérature, comme par exemple le contrôle direct des articulations permettant au robot de converger vers un profil désiré ([6, 7, 8]). W.Saintval dans [9] propose une méthode pour identifier un ensemble optimal de paramètres à partir de la situation du système et de son objectif principal. On peut trouver également une approche intéressante du problème par les réseaux neuronaux dans [10] et [11].

Dans cet article, nous proposons une méthode pour déterminer des paramètres de mouvement optimisés localement basée sur trois critères (temps de réaction du système, énergie consommée, ou bien les deux). Le système est contrôlé à partir d'une courbure de référence qui est indépendante du temps et qui prend en compte la dynamique du système, comme décrit dans [13]. La convergence du système est garantie par l'utilisation des méthodes de Lyapunov dans le modèle de dérivation.

2 MODÉLISATION DU SYSTÈME

2.1 Représentation

Nous modélisons un robot anguilliforme à l'aide d'une suite de N segments rigides articulés entre eux, comme nous pouvons le voir sur la figure 1.

2.2 Modèle géométrique

Considérant les coordonnées du centre des segments exprimées dans le repère inertiel, les coordonnées de la tête ainsi que l'angle relatif entre la tête et l'axe O_x du repère inertiel, nous obtenons:

$$\begin{cases} x_i = x_1 + \frac{d_1}{2} \cos \theta_1 + \sum_{j=2}^{i-1} (d_j \cos \theta_j) + \frac{d_i}{2} \cos \theta_i \\ y_i = y_1 + \frac{d_1}{2} \sin \theta_1 + \sum_{j=2}^{i-1} (d_j \sin \theta_j) + \frac{d_i}{2} \sin \theta_i \\ \theta_i = \theta_1 + \sum_{k=2}^i (\phi_k) \end{cases} \quad (1)$$

2.3 Modèle cinématique

En dérivant le modèle (1) dans les repères liés aux segments, et en définissant deux groupes de variables cinématiques appelés *variables de configuration* \dot{q} et *variables de forme* \dot{s} définis comme suit:

$$\begin{cases} \dot{q} = [u_1 & v_1 & r_1 & \dot{\phi}_2 & \dot{\phi}_3 & \cdots & \dot{\phi}_{N-1} & \dot{\phi}_N]^T \\ \dot{s} = [u_2 & v_2 & u_3 & v_3 & \cdots & u_N & v_N]^T \end{cases}$$

où u_i , v_i et r_i sont respectivement la vitesse d'avancement, la vitesse de glissement et la vitesse de rotation de chaque segment i exprimée dans les repères liés à l'anguille $\{R_i\}_{i=1 \dots N}$, nous obtenons l'expression du modèle cinématique:

$$\begin{cases} u_i = u_1 \cos(\theta_i - \theta_1) + v_1 \sin(\theta_i - \theta_1) + \frac{r_1 d_1}{2} \sin(\theta_i - \theta_1) + \sum_{j=2}^{i-1} (d_j r_j \sin(\theta_i - \theta_j)) \\ v_i = -u_1 \sin(\theta_i - \theta_1) + v_1 \cos(\theta_i - \theta_1) + \frac{r_1 d_1}{2} \cos(\theta_i - \theta_1) + \sum_{j=2}^{i-1} (d_j r_j \cos(\theta_i - \theta_j)) + \frac{r_i d_i}{2} \\ r_i = r_1 + \sum_{j=2}^i \dot{\phi}_j \end{cases}$$

2.4 Elaboration du modèle dynamique

2.4.1 Approximations hydrodynamiques

Les segments sont modélisés par des cylindres de longueur d_i , de rayon L_i , de masse m_i et dont le moment d'inertie est I_i . Nous considérons 3 types de forces hydrodynamiques:

- les forces de traînées perpendiculaires F_i^v qui sont à l'origine de la force de propulsion
- la force de traînée parallèle F_1^u, F_N^u qui ne s'exerce que sur la tête et la queue ([7], [11])
- la masse ajoutée approximée M_i ([12])

2.4.2 Élaboration du Lagrangien

D'après les résultats décrits dans [13] (II.B), le Lagrangien du système s'écrit: $L = \frac{1}{2} \dot{q}^T (I + \beta^T M \beta) \dot{q}$

$$\text{avec } I = \begin{bmatrix} m_1^x & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & m_1^y & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & 0 & a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_N \\ \vdots & \vdots & a_2 & a_2 & a_3 & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & a_3 & a_3 & a_3 & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & a_N & \cdots & \cdots & \cdots & a_N \end{bmatrix} \quad M = \begin{bmatrix} m_2^x & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & m_2^y & \ddots & & & & \vdots \\ \vdots & \ddots & m_3^x & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & m_3^y & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & & & \ddots & m_N^x & 0 \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & m_N^y \end{bmatrix}$$

où $a_i = \sum_{k=i}^N I_k$, $\beta = \beta_\theta T_\theta^\phi$, $c_k^i = \cos(\theta_i - \theta_k)$ et $s_k^i = \sin(\theta_i - \theta_k)$

$$\beta_\theta = \begin{bmatrix} c_1^2 & s_1^2 & \frac{d_1}{2} s_1^2 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ -s_1^2 & c_1^2 & \frac{d_1}{2} c_1^2 & \frac{d_2}{2} & 0 & \vdots & \vdots \\ c_1^3 & s_1^3 & \frac{d_1}{2} s_1^3 & d_2 s_2^3 & 0 & \ddots & \vdots \\ -s_1^3 & c_1^3 & \frac{d_1}{2} c_1^3 & d_2 c_2^3 & \frac{d_3}{2} & 0 & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_1^N & s_1^N & \frac{d_1}{2} s_1^N & d_2 s_2^N & d_3 s_3^N & 0 & 0 \\ -s_1^N & c_1^N & \frac{d_1}{2} c_1^N & d_2 c_2^N & d_3 c_3^N & \cdots & \frac{d_N}{2} \end{bmatrix} \quad T_\theta^\phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & 0 & 1 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

2.4.3 Modèle dynamique

Le modèle dynamique est dérivé en utilisant: $F^{ext} = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q}$ pour obtenir:

$$\ddot{q} = (I + \beta^T M \beta)^{-1} F_1 + (I + \beta^T M \beta)^{-1} \beta^T F_2 - (I + \beta^T M \beta)^{-1} (\beta^T M \dot{\beta}) \dot{q} \quad (2)$$

où $F_1 = [F_1^u, F_1^v, 0, \tau_2, \dots, \tau_N]^T$ sont les forces qui agissent dans la direction des variables de configuration q , et $F_2 = [F_2^u, F_2^v, \dots, F_N^u, F_N^v]^T$ contiennent les forces qui agissent dans la dimension de s . On définit également $\Gamma = [\tau_1, \dots, \tau_N]^T$ qui est le vecteur de contrôle de couple.

3 ÉLABORATION DU CONTRÔLE

La poussée du système est assurée par la propagation d'un signal périodique le long du corps. Avec les notations suivantes:

$$\begin{cases} \Xi = (I + \beta^T M \beta)^{-1} \\ B = \beta^T F_2 - (\beta^T M \dot{\beta}) \dot{q} \end{cases} \quad \Xi = \begin{bmatrix} \Xi_1 & \Xi_2 \\ (3 \times 3) & (3 \times (N-1)) \\ \Xi_3 & \Xi_4 \\ ((N-1) \times 3) & ((N-1) \times (N-1)) \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} B_1 \\ (3 \times 1) \\ B_2 \\ ((N-1) \times 1) \end{bmatrix}$$

$$F_1 = \begin{bmatrix} \underbrace{f_1}_{3 \times 1}, \underbrace{\tau_1, \dots, \tau_N}_{\Gamma} \end{bmatrix}^T, \text{ nous obtenons une première équation de contrôle à partir de (2):}$$

$$\Gamma = \Xi_4^{-1} \left(\ddot{\phi} - \Xi_3 (f_1 + B_1) \right) - B_2 \quad (3)$$

3.1 Equation de contrôle

Soit s_i la coordonnée curviligne de la i^{eme} articulation. s_1 est la position curviligne de la tête et s_{N+1} , celle de la queue. Dans les sections suivantes, les exposants $(.)^R$ et $(.)^E$ désignent respectivement la référence et l'anguille (*eel*). C_i est la courbure de la i^{eme} articulation, estimé par: $C_i^E = \frac{\theta_i - \theta_{i-1}}{d_i + d_{i+1}} = \frac{\phi_i}{d_i + d_{i+1}}$. L'objectif du contrôle est donc d'amener la courbure du système réel C_i^E vers la référence C_i^R pour chaque articulation i .

3.1.1 Contrôle dynamique

Lyapunov nous permet d'établir l'expression finale de l'équation de contrôle [13]:

$$\Gamma = \Xi_4^{-1} \left[\left(\ddot{C}_i^R + (K_1 + K_2) (C_i^R - C_i^E) + K_1 K_2 (C_i^R - C_i^E) \right) \times (d_i + d_{i+1}) - \Xi_3 (f_1 + B_1) \right] - B_2 \quad (4)$$

Ce contrôle impose au système de glisser sur la courbure de référence avec une vitesse curvilinéaire \dot{s} . Il reste maintenant à choisir une courbure qui impose des mouvement périodiques au robot anguille. Nous introduisons donc une courbure de référence: $C_i^R = A \sin(\omega_i)$.

3.2 Contraintes de la loi de commande

3.2.1 Contraintes mécaniques

La difficulté principale réside maintenant dans l'élection de paramètres valables, c'est à dire qui ne génèrent pas de contraintes structurelles liées au capacité du robot. Ces contraintes sont au nombre de 2:

- Il faut éliminer tous les couples de paramètres qui engendrent des croisements de segments
- l'angle de 2 segments consécutifs ne doit pas dépasser une certaine valeur liée aux propriétés intrinsèques du robot

Sur la figure 2, on peut voir la courbure ($A = 4$ and $\omega = 1$) du système à gauche, la forme générée à partir de cette courbure et la forme que prend l'anguille de l'autre côté. Nous avons imposé un $\phi_{max} = 102.5^\circ$ au système. Le robot est soumis ici aux deux contraintes mécaniques. A travers cet exemple, on s'aperçoit que certaines configuration et donc certains couples de paramètres (A, ω) sont inacceptables.

3.2.2 Contrainte de convergence de forme

Position du problème Une autre difficulté vient de la convergence de forme du robot. En effet, suivant les couples de paramètres choisis, le robot est plus ou moins capable de converger vers la forme de référence. Le but est donc d'éliminer tous les couples (A, ω) qui génèrent des aberrations de courbure. Sur la figure 3 on peut voir qu'il est physiquement impossible pour le robot de respecter la courbure désirée. Ceci nous conduit donc à élaborer un critère de convergence.

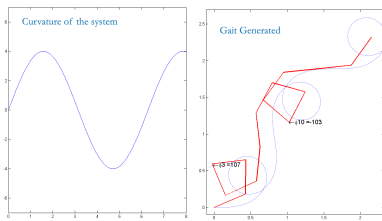


Fig. 2: Problème mécanique

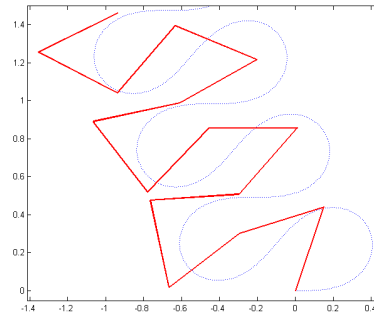


Fig. 3: Convergence de forme

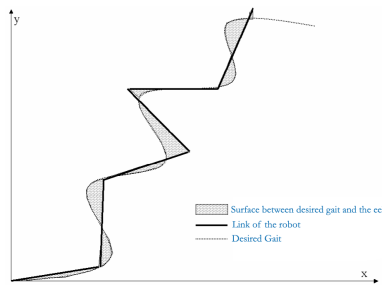


Fig. 4: Critère de convergence

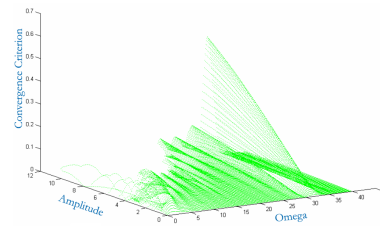


Fig. 5: Critère de convergence selon A et ω

Critère de convergence Afin d'estimer l'écart entre la courbure désirée et la courbure du robot, nous calculons l'aire qui les sépare. Nous utilisons une méthode numérique pour évaluer la surface S : nous calculons la valeur absolue de la différence entre l'intégrale de la forme désirée et celle de l'anguille (figure 2). Dans l'équation suivante les exposants D et E désignent respectivement le désiré et le réel.

$$S_{k+1} = \left(S_k^E + \|x_{k+1}^E - x_k^E\| \left(\min(\|y_k^E\|, \|y_k^E\|) + \frac{\max(\|y_k^E\|, \|y_k^E\|) - \min(\|y_k^E\|, \|y_k^E\|)}{2} \right) \right) - \left(S_k^D + \|x_{k+1}^D - x_k^D\| \left(\min(\|y_k^D\|, \|y_k^D\|) + \frac{\max(\|y_k^D\|, \|y_k^D\|) - \min(\|y_k^D\|, \|y_k^D\|)}{2} \right) \right)$$

Résultats et seuillage Grâce à ce critère, nous obtenons la figure 5 sur laquelle on peut voir que le choix des paramètres influe sur la capacité du système à épouser plus ou moins bien la forme désirée. L'étape suivante consiste à seuiller le critère de convergence afin d'éliminer les couples indésirables. On peut par exemple garder 40% des couples pour lesquels le critère de convergence est le plus proche de 0 comme le montre la figure 6. Ceci nous permet de réduire le domaine de recherche des paramètres. On peut remarquer que le domaine des couples sélectionnés n'est pas connexe.

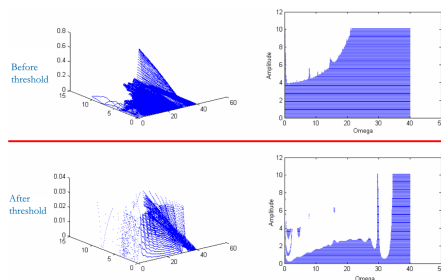


Fig. 6: Seuillage

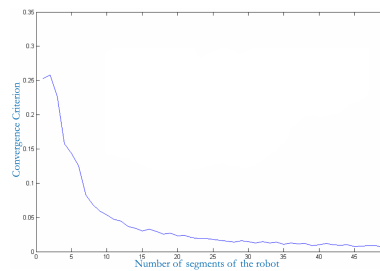


Fig. 7: Évolution du critère de convergence

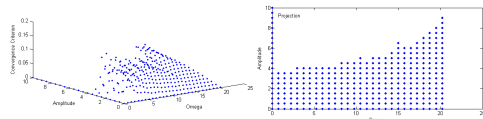


Fig. 8: Première sélection

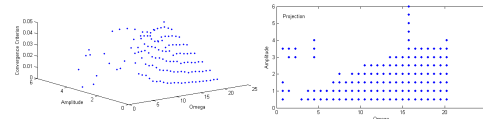


Fig. 9: Seconde sélection

4 ÉLABORATION DES CRITÈRES

Nous avons vu précédemment, que certains couples (A, ω) devaient être éliminés. Nous devons maintenant déterminer les couples à utiliser dans notre simulateur Matlab parmi ceux qui ont été pré-sélectionnés. Nous allons donc considérer 3 critères:

- un critère énergétique
- un critère permettant d'évaluer la réactivité du système
- un critère combinant les 2 précédents.

4.1 Critère énergétique

Le but étant d'obtenir un critère analogue à l'énergie dépensée par le système, nous proposons:

$$J_1 = \sum_{t=0}^{ft} \sum_{i=1}^N \|\Gamma_i\|^2 \quad (5)$$

où ft est le temps final de simulation.

Nous cherchons donc les couples de paramètres qui minimise ce critère.

4.2 Critère de réactivité du système

Nous souhaitons élaborer un critère qui nous permet d'évaluer la capacité du système à atteindre le plus rapidement possible sa vitesse maximale.

$$J_2 = \sum_{t=0}^{ft} \sum_{i=1}^N \|u_i\|^2 \quad (6)$$

Nous cherchons donc à maximiser ce critère.

4.3 Critère combiné

Si le but est maintenant de trouver le meilleur compromis entre J_1 et J_2 , nous devons maximiser le critère J_3 défini par:

$$J_3 = \frac{J_2}{J_1} \quad (7)$$

En utilisant ces 3 critères, nous avons les outils nécessaires pour déterminer quels couples de paramètres (A, ω) doivent être donnés au contrôleur suivant la vitesse désirée ou suivant le type d'optimisation souhaité.

5 MÉTHODE D'ÉLECTION ET RÉSULTATS

5.1 Élection des couples

La première étape consiste à sélectionner un nombre approprié de segments selon la longueur du robot; nous traçons donc l'évolution du critère de convergence selon le nombre de segments comme montré sur la figure 7 (longueur du robot anguille: 2m, $\phi_{max} = 45^\circ$).

On peut observer sur la figure 7 que si l'on choisit des longueurs de segments de 0.2m, le système a un bon score de convergence. Une fois ce choix fait, nous passons à l'étape suivante qui consiste à éliminer les couples de paramètres qui aboutissent à un conflit mécanique comme montré par la figure 8. Ensuite, nous éliminons les couples qui ne sont pas en adéquation avec la longueur des segments (figure 9).

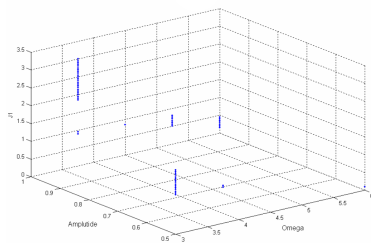


Fig. 10: Critère J_1 (énergie dépensée)

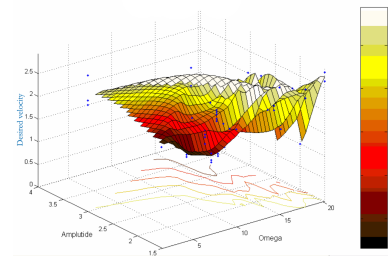


Fig. 11: Critère J_2 (temps de réponse du système)

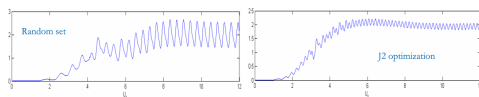


Fig. 12: Différents temps de réponse

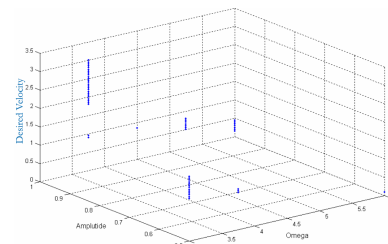


Fig. 13: Critère J_3 (combiné)

5.2 Optimisation

Le domaine de recherche est maintenant suffisamment restreint (figure 9) et il est possible de lancer une recherche exhaustive sur chaque couple afin d'identifier lequel est le mieux adapté à une vitesse désirée suivant le type d'optimisation que l'on souhaite avoir. On peut donc observer sur la figure 10 que si nous souhaitons optimiser l'énergie consommée avec une vitesse désirée de par exemple $2.55 m.s^{-1}$, le meilleur choix pour la courbure de référence est: $C_i^R = \sin(3.75s_i)$. Nous pouvons observer qu'un même couple de paramètres peut être utilisé pour différentes vitesses désirées. Nous avons supposé que cela est dû aux propriétés de non connexité du système: les meilleurs couples ne sont pas optimaux parce qu'ils n'appartiennent pas au domaine de recherche. Sont donc sélectionnés les couples les plus proches de la bordure de définition ce qui pourrait expliquer ce curieux alignement.

La même approche est utilisée pour le critère J_2 . Nous pouvons extrapoler une surface des couples sélectionnés. Nous pouvons donc lire sur la figure 11 qu'afin d'optimiser le temps de réponse pour que le système atteigne une vitesse de $1.45 m.s^{-1}$, la meilleure courbure de référence doit être: $C_i^R = \sin(9s_i)$.

Bien que cela ne puisse être accepté en temps que preuve, nous pouvons illustrer notre méthode avec l'exemple de la figure 12. Le couple optimal de paramètres permet à l'anguille de converger plus rapidement vers la vitesse désirée ($4.45s$ vs. $7.15s$).

Le dernier critère, J_3 , est le meilleur compromis entre le temps de réaction du système et l'énergie dépensée. Selon la figure 13, la meilleure courbure de référence permettant d'atteindre la vitesse de $2.25 m.s^{-1}$, si nous souhaitons optimiser l'énergie dépensée et le temps de réaction du système est: $C_i^R = \sin(3.75s_i)$.

6 CONCLUSION

Nous avons décrit une méthode permettant de trouver de bons couples de paramètres de courbure. Les travaux précédents de L.Lapierre et B.Jouvencel dans [13] ont montré qu'il était possible de contrôler la courbure locale explicitement grâce à ce contrôle. De plus, étant basé sur les méthodes de Lyapunov, il nous apporte la garantie de la convergence de la forme du système vers le profil de courbure désiré.

Cependant dans cet article nous avons montré que certains profils de courbure étaient prohibés sous peine de voir le système diverger. La méthode décrite ici nous permet de choisir autrement que par le hasard les paramètres de courbure. Il est possible de créer une table de correspondance dans laquelle

le contrôleur peut choisir le bon couple suivant la vitesse désirée. De plus il peut basculer dans différents modes (économie d'énergie, accélération maximale par exemple) et peut en permanence choisir les paramètres optimum dans la table de correspondance. Cette méthode aboutit donc à une stabilité accrue du système.

Ce type de propulsion semble être très efficace. Des inspirations bio-mimétiques nous laissent à penser qu'un bon contrôleur devrait s'assurer de la qualité de l'écoulement du fluide le long du corps du robot comme le font les poissons grâce à leur ligne de baro-récepteurs répartie le long de leur corps. Jusqu'à présent, les solutions existantes imposent un mouvement prédéfini qui impose la forme du système. L'efficacité du système est donc directement liée au choix des paramètres de ce mouvement.

Pendant, nous travaillons maintenant sur une stratégie d'adaptation du mouvement afin de combiner une courbure nominale et les forces agissant localement. Nous pourrions également utiliser ce travail pour étudier explicitement l'efficacité de ce type de propulsion et le comparer avec les solutions existantes à base d'hélice.

References

- [1] Muller, Ulrike K., Stamhuis, Eize J., Videler[dagger], John J. *Riding the Waves: The Role of the Body Wave in Undulatory Fish Swimming.*, Nov 2002.
- [2] Index of the site ROBEA: Robot Anguille, Informations available on: <http://www.irccyn.ec-nantes.fr/hebergement/ROBEA>, Sept 2004.
- [3] Ayers, J., Wilbur, C., Olcott, *Lamprey Robots. In: Proceedings of the International Symposium on Aqua Biomechanisms.*, T. Wu and N, Kato, [eds]. Tokai University., 2000.
- [4] Professor Jim Ostrowski (GRASP Lab), and Kenneth McIsaac (GRASP Lab), *Designing an Underwater Eel-like Robot and Developing Anguilliform Locomotion Control*, Tamara Knutsen, Harvard University, Sunfest Projects, Summer 2000.
- [5] K. McIsaac and J. Ostrowski, *A Geometric Approach to Anguilliform Locomotion: Modeling of an Underwater Eel Robot*, in *Proc. Of the IEEE Conference on Robotics and Automation (ICRA 99)*, pp. 2843-3848, Detroit Michigan, USA, May 10-14, 1999.
- [6] H. Vela, K. Morgansen and J. Burdick, *Underwater locomotion from oscillatory shape deformations*, in *Proc. of the 41st IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, Las Vegas, Nevada USA, December 2002, pp 2074-2080.
- [7] K. McIsaac and J. Ostrowski, *Motion Planning for Anguilliform Locomotion*, in *IEEE Transaction on Robotics and Automation*, August 2003, 19(4), pp 637-652.
- [8] J. Ostrowski and K. McIsaac, *Open-loop Verification of Motion Planning for an Underwater Eel-like Robot*, in *Proc. of the 7th International Symposium on Experimental Robotics (ISER)*, Honolulu, Hawaii, December 10 - 13, 2000.
- [9] W. Saintval, *optimizing robotic aquatic locomotion*, in *Proc of the Thirty-fourth Annual Meeting of the Florida Section of the Mathematical Association of America*, David Kerr and Bill Rush eds, April 2002, Florida, USA.
- [10] D. Sfakiotakis and M. Tsakiris, *A simulation Environment for Undulatory Locomotion*, in *Proc. of the International Conference on Applied Simulation and Modelling*, June 28-30, 2004, Rhodes Island, Greece.
- [11] O. Ekeberg, *A Combined Neuronal and Mechanical Model of Fish Swimming*, *Biological cybernetics*, Vol. 69, pp 363-374, 1993.
- [12] T. Fossen, *Guidance and Control of Ocean Vehicles*, John Willey & Sons Inc, New York, 1994.
- [13] L. Lapierre and B. Jouvencel, *Path Following Control for an Eel-like Robot*, *Ocean2005*, Brest, June 2005.