État Des Lieux Attaques Passives Courbes Elliptiques

Jean-Marc Robert

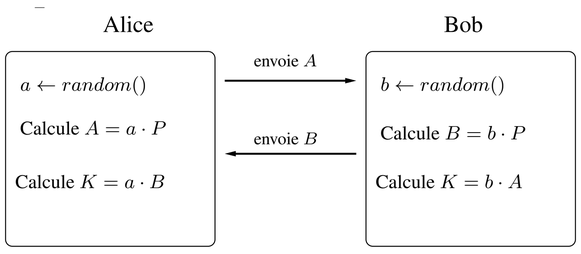
Etat Des Lieux Attaques Passives Courbes Elliptiques

J.M. ROBERT[1]

[1]Team DALI/LIRMM, Université de Perpignan, France

1. ECC : Elliptic Curve Cryptography, échange de clé de Diffie-Hellmann

Alice et Bob s'accordent sur un groupe $(G, +, \mathcal{O})$ et un point P, générateur du groupe.

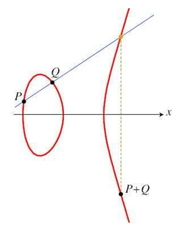


Clé secrète partagée $K = a \cdot b \cdot P$

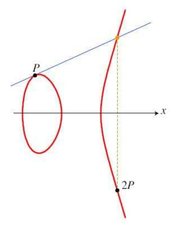
$\rightarrow$ Le produit scalaire $a \cdot P$ est la principale opération.

2. Le groupe choisi : l'ensemble des points d'une Courbe Elliptique sur $\mathbb{F}_{2^m}$, muni de l'addition et d'un élément neutre

Exemples sur $\mathbb{R}$:



Addition de points



Doubler un point

Notre courbe est sur $\mathbb{F}_{2^m}$ (et non $\mathbb{R}$) :
$E : Y^2 + XY = X^3 + aX^2 + b, \quad a, b \in \mathbb{F}_{2^m}.$

- Les coordonnées des points appartiennent à $\mathbb{F}_{2^m} = \mathbb{F}_2[x]/(f(x) \cdot \mathbb{F}_2[x])$
- Soit $A = \sum_{i=0}^{m-1} a_i \cdot x^i$ et $B = \sum_{i=0}^{m-1} b_i \cdot x^i, \quad a_i, b_i \in \{0, 1\}$

alors : $A + B = \sum_{i=0}^{m-1} (a_i + b_i) \cdot x^i$, et : $A \times B = A \cdot B \mod f$.

3. Attaque SPA : Simple Power Analysis

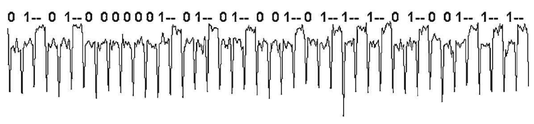
Le produit scalaire $k \cdot P$ est vulnérable :

Require: $k = (k_{t-1}, \ldots, k_1, k_0), P \in E(\mathbb{F}_q)$
Ensure: $Q = k \cdot P$
1: $Q \leftarrow \mathcal{O}$
2: **for** i from $t-1$ downto 0 **do**
3: $\quad Q \leftarrow 2 \cdot Q$
4: $\quad$ **if** $k_i = 1$ **then**
5: $\quad\quad Q \leftarrow Q + P$
6: $\quad$ **end if**
7: **end for**
8: **return** (Q)

L-R double-and-add Elliptic Curve Scalar Multiplication (ECSM)

Cet algorithme n'est pas régulier : les opérations effectuées à chaque tour de boucle dépendent du scalaire utilisé comme exposant (on effectue l'addition de l'étape 5 uniquement si le bit de la représentation est 1).

Attaque SPA



Fuite d'information par *Simple Power Analysis*, exponentiation rapide RSA ($\approx$ Double-And-Add), reproduite de [2], mesure de courant instantané sur carte à puce.

- tension mesurée aux bornes d'une résistance en série avec l'alimentation de la carte ;
- Les pics sont les multiplications (additions) ;
- les creux sont les élévations au carré (doublements) ;

L'attaquant peut donc reconstituer la clé secrète (l'exposant de l'exponentiation rapide) par un simple examen de la trace de cop-nsommation de courant instantanée !

Exemple de contre-mesure : Montgomery

Require: $k = (k_{t-1}, \ldots, k_1, k_0)$ with $k_{t-1} = 1, P \in E(\mathbb{F}_q)$
Ensure: $Q = k \cdot P$
1: $Q_0 \leftarrow P, Q_1 \leftarrow 2P$
2: **for** i from $t-2$ downto 0 **do**
3: $\quad$ **if** $(k_i = 0)$ **then**
4: $\quad\quad Q_1 \leftarrow Q_0 + Q_1, Q_0 \leftarrow 2 \cdot Q_0$
5: $\quad$ **else**
6: $\quad\quad Q_0 \leftarrow Q_0 + Q_1, Q_1 \leftarrow 2 \cdot Q_1$
7: $\quad$ **end if**
8: **end for**
9: **return** (Q_0)

Basic Montgomery's ladder ECSM

Cet algorithme est régulier : on effectue un addition et un doublement à chaque tour de boucle.

4. Attaque DPA : Differential Power Analysis

Description de l'attaque DPA

Cette attaque va contourner les principales contre-mesures précédentes. L'attaque nécessite de la part de l'adversaire :

- la mesure de la puissance consommée lors de m calculs d'ECSM $\mathbf{T}_{1\ldots m}[j]$;
- La connaissance du point de base utilisé $P_1, P_2, \ldots, P_m$ lors des m calculs.

L'attaquant procède comme suit :

- il calcule les $4 \cdot P_i$ et sélectionne le bit s de chaque résultat ;
- il calcule la différentielle suivante ($D(P_i, s) =$ valeur du bit s de $4 \cdot P_i$) :

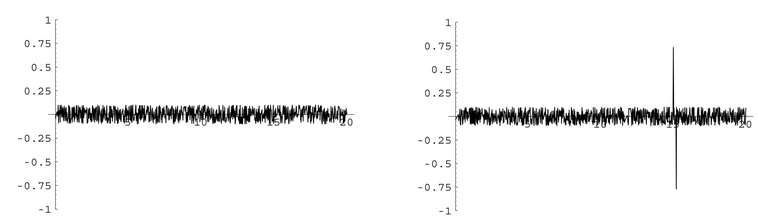
$$\Delta_D[j] = \frac{\sum_{i=1}^{m} D(P_i, s) \cdot \mathbf{T}_i[j]}{\sum_{i=1}^{m} D(P_i, s)} - \frac{\sum_{i=1}^{m} (1 - D(P_i, s)) \cdot \mathbf{T}_i[j]}{\sum_{i=1}^{m} (1 - D(P_i, s))}$$

$$\approx 2 \cdot \left(\frac{\sum_{i=1}^{m} D(P_i, s) \cdot \mathbf{T}_i[j]}{\sum_{i=1}^{m} D(P_i, s)} - \frac{\sum_{i=1}^{m} \mathbf{T}_i[j]}{m} \right).$$

$\hookrightarrow$ L'attaquant joue aux devinettes :

- si $4 \cdot P$ n'est pas calculé, $\Delta_D[j] = 0$ au bruit près ;
- si $4 \cdot P$ est calculé, $\Delta_D[j]$ va présenter un pic à l'instant où le calcul traite le bit s.

En pratique, avec environ mille traces de consommation de puissance (carte à puce, tiré de Coron dans [1]) :



$\hookrightarrow$ À gauche : pari perdu, $4 \cdot P$ n'est pas calculé ;
$\hookrightarrow$ à droite : c'est gagné !

5. Efficacité de l'attaque DPA :

Double-and-Add

tour i :				$i = l-2$	$i = l-3$
$k_{l-1} = 1$	k_{l-2}	k_{l-3}	...	Q	Q
1	**0**	0	...	$2P$	$\mathbf{4P}$
1	**0**	1	...	$2P$	$\mathbf{4P} + P = 5P$
1	1	0	...	$3P$	$6P$
1	1	1	...	$3P$	$6 \cdot P + P = 7P$

Premiers tours de boucle de l'algorithme *L-R Double-and-Add* pour l'ECSM :
$\hookrightarrow 4 \cdot P$ n'est calculé que pour $\mathbf{k_{l-2} = 0}$.

Échelle binaire de Montgomery

tour i :				$i = l-2$		$i = l-3$	
$k_{l-1} = 1$	k_{l-2}	k_{l-3}	...	Q_0	Q_1	Q_0	Q_1
1	**0**	0	...	$2P$	$3P$	$4P$	$\mathbf{5P}$
1	**0**	1	...	$2P$	$3P$	$\mathbf{5P}$	$6P$
1	1	0	...	$3P$	$4P$	$6P$	$7P$
1	1	1	...	$3P$	$4P$	$7P$	$8P$

Premiers tours de boucle de l'algorithme échelle binaire de Montgomery pour l'ECSM :
$\hookrightarrow 5 \cdot P$ n'est calculé que pour $\mathbf{k_{l-2} = 0}$.

6. Conclusion

- **Contres-mesures classiques : randomization proposées par Coron dans [1]**
  1. Randomization of the private exponent : une courbe elliptique sur $\mathbb{F}_{2^m}$ ou $\mathbb{F}_q$ comporte un nombre fini de points, que l'on note $\#\mathcal{E}$, dont l'ordre divise $\#\mathcal{E}$.
     $$Q = d \cdot P = (d + k \cdot \#\mathcal{E}) \cdot P, \forall k \in \mathbb{Z} \text{ (On a en effet : } \#\mathcal{E} \cdot P = \mathcal{O}).,$$
  2. Blinding the point P : ajouter un point aléatoire R au point de base P dont on connaît le multiple à l'avance $S = d \cdot R$.
     $\hookrightarrow$ point utilisé dans l'opération $P' = P + R$
     $\hookrightarrow$ Variante : $R \leftarrow (-1)^b 2R, \quad S \leftarrow (-1)^b 2S, \quad (b$ un bit aléatoire$)$.
  3. Randomized projective coordinates : pour un point en coordonnées affines (x, y), on a une infinité de points (X, Y, Z) correspondants tels que $(x = X/Z, y = Y/Z^2)$ en $\mathcal{LD}$ *projective*.
- **Travail en cours**
  - nouveaux algorithmes : Montgomery avec Halving et représentation signée du scalaire ;
  - en prévision : implémentation sur FPGA (développement d'un cryptoprocesseur ECC).

Références

[1] Jean-Sébastien Coron. Resistance against differential power analysis for elliptic curve cryptosystems. In *CHES*, pages 292–302, 1999.

[2] Paul C. Kocher, Joshua Jaffe, Benjamin Jun, and Pankaj Rohatgi. Introduction to differential power analysis. *J. Cryptographic Engineering*, 1(1):5–27, 2011.