



**HAL**  
open science

## Résolution exacte du problème de routage multicast multi-contraint de coût minimal

Walid Khallef, Sylvain Durand, Miklós Molnár

► **To cite this version:**

Walid Khallef, Sylvain Durand, Miklós Molnár. Résolution exacte du problème de routage multicast multi-contraint de coût minimal. RODAEF 2016 -17e Congrès de la Société Française de Recherche Opérationnelle et d'Aide à la Décision, Feb 2016, Compiègne, France. lirmm-01685681

**HAL Id: lirmm-01685681**

**<https://hal-lirmm.ccsd.cnrs.fr/lirmm-01685681v1>**

Submitted on 16 Jan 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Résolution exacte du problème de routage multicast multi-contraint de coût minimal

Walid Khallef<sup>1</sup>, Sylvain Durand<sup>2</sup>, Miklos Molnar<sup>1</sup>

LIRMM (UMR-CNRS 5506); Université Montpellier<sup>1</sup>; Université Paul Valéry Montpellier<sup>2</sup>

161 rue ada, 34 090 Montpellier Cedex, France

{walid.khallef,sylvain.durand,miklos.molnar}@lirmm.fr

**Mots-clés** : *optimisation, multi-contraintes, QoS, routage multicast*

## 1 Introduction

Dans les réseaux modernes, les données multimédia sont prépondérants dans les transmissions (voix, images, vidéo...). Les applications qui les utilisent sont très sensibles aux contraintes de qualité de service QoS (gigue, taux de perte, délai...). L'objectif de notre travail est de trouver une route multicast qui relie la source et l'ensemble des destinations, tout en respectant les contraintes de QoS avec un coût minimum (MCMCM : Multi-Constrained Minimum Cost Multicast). Trouver une route unicast respectant plus d'une contrainte sans optimisation du coût est déjà un problème NP-complet [1].

Un graphe orienté  $G = (V, E)$  modélise le réseau. Il est constitué d'un ensemble  $V$  de sommets représentant les noeuds du réseau (routeurs, ordinateurs...) et d'un ensemble  $E$  d'arcs représentant les liens d'interconnexion. Soient une source  $s \in V$  et  $D = \{d_1, d_2 \dots d_k\} \subset V$  un ensemble de destinations. Un vecteur de  $m$  poids  $\vec{w}(e) = [w_1(e), w_2(e), \dots, w_m(e)]$  qui représentent les valeurs de QoS et un coût  $c(e)$ , sont associés à chaque arc  $e \in E$ . L'exigence de bout en bout est exprimée par des contraintes sur les chemins allant de la source vers les destinations. Elles sont représentées par un vecteur  $\vec{L} = [L_1, L_2, \dots, L_m]$  identique pour toutes les destinations. L'objectif est de trouver une route multicast qui contient un chemin  $p(s, d_j)$  de la source  $s$  vers chaque destination  $d_j \in D$  tel que :

$$l_i(p(s, d_j)) = \sum_{e \in p(s, d_j)} w_i(e) \leq L_i, \forall i \in \{1, \dots, m\}, \forall j \in \{1, \dots, k\} \quad (1)$$

avec un coût minimal (le coût de la route est la somme des coûts des arcs utilisés). Dans [2], Kuiper et Van Mieghem ont supposé que la solution exacte du multi-constrained multicast n'était pas un arbre. Il ont également proposé une heuristique (MAMCRA : Multicast Adaptive Multiple Constraints Routing Algorithm) qui est la plus efficace jusqu'à maintenant. Dans [3], Molnar et al., ont montré que la solution exacte du MCMCM n'est pas un arbre mais une hiérarchie. Nous définissons une hiérarchie comme suit. Soit  $T = (W, F)$  un arbre et  $G = (V, E)$  un graphe modélisant la topologie du réseau. Une application  $h : W \rightarrow V$  associant à chaque sommet de  $W$  un sommet de  $V$  est un homomorphisme si elle préserve l'adjacence :  $(u, v) \in F$  implique que  $(h(u), h(v)) \in E$ . Le triplet  $(T, h, G)$  est une hiérarchie (cf. Figure (1)). Dans ce travail nous proposons un programme linéaire en nombre entier (PLNE) qui permet de trouver une hiérarchie optimale pour résoudre le problème MCMCM.

## 2 Programme linéaire en nombres entiers

Nous modélisons la hiérarchie comme un flot contraint dans un multi-graphe orienté pour les deux raisons suivantes :

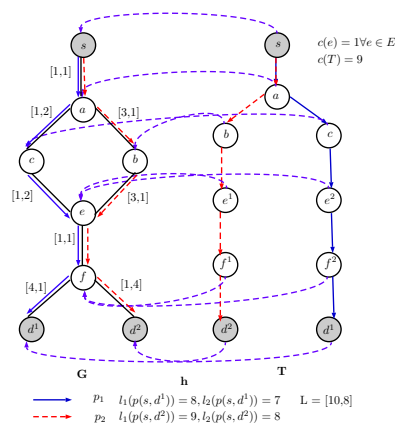


FIG. 1 – Illustration d’une hiérarchie

- La hiérarchie contient un chemin orienté de la source vers chaque destination.
- La hiérarchie peut utiliser le même arc (noeud) plusieurs fois, ce qui impose l’utilisation de plusieurs arcs, pour savoir combien de fois l’arc du réseau initial a été utilisé.

Notre solution est basée sur les propriétés suivantes, un arc peut être traversé par  $|D| = d$  chemins dans le pire des cas (arc  $(e, f)$  de la Figure (1)). Pour cette raison, on duplique chaque arc  $d$  fois ce qui conduit à travailler dans un multi-graphe  $G' = (V, dE)$ . Plusieurs chemins de la solution peuvent utiliser le même arc dans le multi-graphe s’ils possèdent un préfixe commun dans la solution, sinon (les préfixes sont différents) les chemins utilisent des occurrences différentes. Ainsi, lorsque le flot se sépare en un noeud, nous contraignons les chemins correspondants à ne pas réutiliser un arc commun de  $G'$ . (La formulation complète sera présentée lors de la session).

### 3 Résultats

Les tests que nous avons effectués sur différentes topologies (réseau NSF et graphes aléatoires), ont montré que le temps d’exécution est raisonnable pour des graphes de 50, 100 et 200 noeuds, 1.420 s, 2.560 s, 7.988 s pour quatre destinations, sur un PC Intel i3 de 4 Go de RAM. Le pourcentage de solutions exactes qui ne sont pas des sous-arbres de  $G$  atteint 40% lorsque les contraintes sont très strictes. Ce modèle nous a aussi permis d’évaluer l’efficacité de l’algorithme MAMCRA dans des conditions variées.

### 4 Conclusion

Nous avons proposé dans ce travail un PLNE efficace et simple à implémenter pour résoudre le problème MCMCM. Il a été testé sur des instances de graphes qui simulent les réseaux réels. L’obtention de solutions optimales permet aussi d’analyser l’efficacité des heuristiques proposées pour le problème MCMCM.

### Références

- [1] Wang, Z. and Crowcroft, J. Quality-of-service routing for supporting multimedia applications *Selected Areas in Communications, IEEE Journal on*, 7(14) : 1228–1234, 1996.
- [2] Kuiper, F. and Van Mieghem, P. MAMCRA : A Constrained-based Multicast Routing Algorithm *Elsevier Science Publishers B. V.* 8(25) : 802–8011, 2002.
- [3] Molnar, M. Bellabas, A. and Lahoud, S. The cost optimal solution of the multi-constrained multicast routing problem. *Computer Networks*, 56(13) : 3136–3149, 2012.