

Une courte histoire (de la naissance) du nombre de sauts

par M. Chein

40 Years of Graphs and Algorithms A conference in celebration of the achievements of Michel Habib on the occasion of his retirement (Univ. Paris-Diderot, IRIF, October 2018)

Nous sommes ici pour commémorer 40 années d'algorithmique des graphes, et comme nous sommes en 2018 ceci implique que 1978 serait une année de commencement.

Je ne discuterai pas 2018 c'est bien la date du départ à la retraite de Michel Habib – même si ce n'est sûrement pas la date de fin de ses activités en algorithmique des graphes (ce que pouvait laisser sous-entendre une première annonce de ces journées « *40 Years of Graphs and Algorithms 1978-2018* » !) mais plutôt la date de son passage à « chercheur à plein temps » –, par contre, comme toujours, les choses se compliquent avec la date de naissance.

Souvenez-vous BC/AD (*Before Christ* et *Anno Domini* et pas *After Death*, même avec une majuscule) et les débats incessants sur la date et la dénomination. Utiliser 5779, ou 5120, ou 1440, pour dénoter l'année actuelle n'est pas un problème si l'on sait à quels événements ces dates correspondent, si l'on sait ce qu'elles signifient. Certains utilisent aujourd'hui *Before the Common* (ou *Current*) *Era* (BCE) ce qui est une erreur grave, à mon avis, oublier l'Histoire conduit toujours à des catastrophes !

Donc si nous voulons éviter une telle catastrophe, si nous voulons éviter des débats incessants dans les siècles des siècles, si nous voulons qu'il y ait un avant et un après, un BM/AM ou plutôt BMH/AMH (le M seul étant trop ambigu) il faut s'intéresser à l'histoire – d'où le début du titre de mon exposé – et en particulier rejeter cette date de 1978 qui, comme nous le verrons ne correspond pas à son objet et qu'une date correcte pour le début des activités de MH en algorithmique pourrait être 1974 ! Non seulement 1978 est une date incorrecte mais elle est, de plus, particulièrement mal choisie pour une naissance : le 25 juillet 1978 naissait Lucie Brown, le premier "bébé éprouvette", une naissance « scientifique » donc, ce qui pourrait conduire à une concurrence mémorielle défavorable à la naissance scientifique de MH ! (1974 est certes l'année de naissance de Kate Moss mais, du moins pour ce qui nous intéresse aujourd'hui, la compétition avec MH serait moins féroce ...)

Les naissances sont parfois mystérieuses. La naissance du nombre de sauts est certes intéressante mais l'important aujourd'hui c'est qu'elle soit directement liée avec la naissance scientifique de Michel Habib ! Donc en parlant d'elle je vais parler de lui, et je commencerai par quelques mots sur le contexte de la naissance de MH à l'algorithmique des graphes, un peu de son père (scientifique), un peu de sa mère (scientifique) et un peu de son grand-père (scientifique) !

Au sujet du contexte scientifique des débuts de MH

Pour faire court, je ne partirai pas du début de notre ère commune, de cette année zéro qui n'existe pas, mais du grand-père de MH, de son grand-père scientifique, que vous trouverez sur la *home page* de MH. Car MH, soucieux d'histoire, a mis sur sa page web, à la fin du paragraphe publications, « *The sequence of ancestors via The Math Genealogy Project.* »

MH a commencé ses activités de recherche à la fin d'une période bénie pour les scientifiques français, période bénie à plusieurs titres.

Les chercheurs travaillant dans les domaines dont nous parlons aujourd'hui, pouvaient publier leurs résultats en français dans des revues comme : les CRAS, Mathématiques et

Sciences Humaines, les Cahiers du CERO, le Bulletin mathématiques de la société des sciences mathématiques de la république socialiste de Roumanie, etc., et même *Discrete Mathematics* ! Jean Kuntzmann, le grand-père scientifique de MH, n'a publié qu'en français, (moi-même j'ai écrit mes premiers articles en français avant de passer, douloureusement, à l'anglais), et MH est arrivé, si l'on peut dire, à la fin de cette période de transition ce qui complique notre problème de datation. Plus important, à cette époque bénié les publications étaient lues, et pas seulement les IF – qui n'existaient pas encore – des revues, la revue de publication avait donc beaucoup moins d'importance que depuis quelques années.

À l'époque, l'activité de recherche commençait par un DEA dont l'aspect essentiel était un mémoire. Habituellement, les chercheurs intervenant dans un DEA proposaient une liste de sujets aux étudiants, et attendaient qu'ils viennent avec des questions et des résultats pour discuter avec eux de leurs idées et de ce qu'ils avaient faits. J'ai retrouvé la liste proposée en 1973-74, avec le prénom (Myriam, Issam, ...), le nom (Rix, Péroche, ...) ou les initiales (MG, GL, ...) de l'étudiant qui avait choisi un sujet. J'avoue que j'avais oublié certains noms mais je ne risquais pas d'oublier MH, car si je lui avais appris deux ou trois choses sur les graphes et les ordres, lui avait commencé à m'apprendre les beautés de la voile et des Seagulls !

Cependant, tout n'était pas rose. La situation de l'informatique était difficile à Paris 6, un des hauts-lieux de l'Analyse (un peu moins difficile à Paris 7), et au sein de l'informatique la théorie des graphes était difficile : pour les mathématiciens ce n'était pas sérieux (même pour Kuntzmann qui a cependant changé d'avis puisqu'il a publié chez Dunod en 1972 une « *Théorie des réseaux – Graphes* »), pour les informaticiens ce n'était que des maths et pour les informaticiens théoriciens seule comptait, à l'époque, la théorie des langages. La théorie des graphes devait jouer des coudes, et, en particulier avec mon ami Guy Chaty, nous devions faire du lobbying permanent (par exemple en écrivant un article *Informatique et graphes* dans le bulletin de l'IRIA.)

De plus, la situation de l'équipe de recherche de Michel, sa mère scientifique en quelque sorte, n'était pas très confortable.

MH a démarré ses recherches dans l'équipe « Graphes et optimisation combinatoire », que nous avons créée avec Guy Chaty. Cette équipe était l'une des 4 équipes du GR22, un laboratoire « propre » du CNRS dirigé par Claude-François Picard. C'était une fédération de « marginaux », sur le plan scientifique s'entend ! Le GR22 était composé de 4 équipes : Intelligence Artificielle, avec Jacques Pitrat, Reconnaissance des Formes, avec JC Simon, Théorie des Questionnaires avec Claude-François Picard, et notre équipe. D'autre part, l'existence même de ce laboratoire, en divisant les informaticiens de Jussieu, affaiblissait les efforts du LITP (Laboratoire d'Informatique Théorique et Programmation, associé à Paris 6 et à Paris 7) pour imposer l'informatique comme une discipline scientifique sérieuse. Nous n'étions pas conscients de ces problèmes lorsque nous avons créé notre équipe. Cela s'était fait naturellement. Après ma thèse à Grenoble, j'avais passé deux ans au Mans et je ne connaissais pas la situation parisienne. J'avais demandé conseil à Claude Berge (membre de mon jury de thèse qui avait proposé mon 2^o sujet sur les matroïdes, et qui m'avait accueilli dans l'équipe qu'il animait à la MSH avec Pierre Rosensthiel lorsque j'étais au Mans), et il m'avait suggéré de rejoindre le GR22. Ce qui me convenait parfaitement. Je connaissais Claude-François Picard qui lui aussi avait fait partie de mon jury de thèse et les domaines scientifiques du GR22 me plaisaient bien.

Tout ceci pour expliquer que, contrairement au contexte amical, le contexte scientifique dans lequel Michel Habib a commencé son travail n'était pas idéal. Son recrutement comme Assistant à Paris 6 en octobre 1974 fut fêté comme il se doit et je crois qu'en France l'algorithmique des graphes commença à Paris 6, en particulier, grâce à Jean Berstel avec qui

nous avons créé le certificat de maîtrise CANA (Conception et ANalyse des Algorithmes) et grâce au talent de Michel Habib qui assura au début les TD de ce certificat et ensuite le cours.

Sur la naissance du nombre de sauts

Je vais maintenant en venir au nombre de sauts et plus exactement à la naissance du nombre de sauts.

En 1970, Jean Kuntzmann proposa, lors d'un séminaire à l'IMAG, le problème suivant : *étudier l'ordonnement d'un cours dont l'ensemble des chapitres est muni de contraintes de précédence pour minimiser le nombre de chapitres successifs non liés par une telle contrainte*, pour qu'il y ait le moins possible de sauts cognitifs dirait-on maintenant. J'étais au Mans à l'époque, je pris sans doute connaissance de ce problème par Pierre Martin (dont j'étais le « parrain » au CNRS et qui avait rejoint son directeur de thèse, Hervé Raynaud, à Grenoble) et qui avait sans doute assisté au séminaire de Kuntzmann. Bref, avec Pierre Martin, nous avons commencé à travailler sur ce problème, proposé une définition mathématique et un nom, établi le lien avec le nombre de Dilworth et les premiers résultats simples (décomposition en composantes connexes et arbres). Jean Kuntzmann trouva intéressante l'introduction d'un nouvel invariant d'un ensemble ordonné, et il nous proposa de faire une note pour les Comptes Rendus à l'Académie des Sciences de Paris (Série A, Combinatoire) qui fut publiée le 17 juillet 1972. Il y avait pour seule référence directe : *Kuntzmann, Verdillon, Recherche d'un ordre total minimal compatible avec un ordre partiel, Séminaire Institut de Math. Appli. de Grenoble, 1971 (non publié)* et ce n'est que plus tard que Jean Kuntzmann me fit remarquer que le Kuntzmann cité n'était pas lui mais sa fille Élisabeth ! Malgré tous mes efforts je n'ai pas trouvé de texte correspondant à ce séminaire. Donc, à ce jour, le premier document publié concernant le nombre de sauts est :

Chein, M., Martin, P. (1972). Sur le nombre de sauts d'une forêt. Comptes Rendus à l'Acad. Sciences de Paris, t.275, 159-161.

Dans le cours « Graphes orientés appliqués à l'informatique » du DEA, je parlais, entre autres, du nombre de sauts et de du nombre de marches (appelés *steps* en particulier dans notre *survey* avec MH publié en 1980 dans *Annals of Discrete Math*, plus tard appelés *bumps* par X ...) et MH commença à travailler sur le sujet avec Gérard Lambert. Il étudia les liens avec la dimension, les couplages, les graphes critiques pour le nombre de sauts, etc.

M. Habib, G. Lambert, Nombre de sauts et indice de partition d'un graphe sans circuit, Colloque sur la théorie des graphes, Paris 1974, Cahiers du Centre d'Études de Recherche Opérationnelle, 17 (1975), 197-211

Je pense donc que 1974 est une bonne date pour marquer la naissance de MH à l'algorithmique des graphes et que nous devrions aujourd'hui fêter les 44 premières années de travaux en algorithme des graphes de MH, ceci sans présager du futur ! 1975 serait aussi une candidate possible puisque c'est l'année de la première publication de MH et aussi de sa thèse de 3^o cycle « *Partitions en chemins des sommets et sauts dans les graphes sans circuits* » et de sa soutenance inoubliable ! Il y a prescription, je peux dire maintenant que MH avait pris, avant sa soutenance, un produit tranquillisant qui l'avait mis dans un état de décontraction exceptionnel, et qu'il avait fermement remis à sa place Jean-Claude Simon qui ne l'écoutait pas. Ceux qui ont connu Jean-Claude Simon risque d'avoir du mal à me croire, ceux qui ont assisté à la soutenance de MH s'en souviennent encore (les années 68 n'avaient pas encore été enterrées !)

(1975 est aussi la date d'un retour aux sources pour le nombre de sauts puisque, invité à une conférence UCODI à Genève, je fais un exposé sur : « *Une stratégie pour ordonnancer les différents chapitres d'un cours : minimiser le nombre de sauts* »)

L'histoire du nombre de sauts a été souvent oubliée, alors qu'entre 1972 et 1980 notre équipe a publié une dizaine d'articles sur cet invariant. Une des raisons est sûrement la publication en français des premiers résultats, une autre est sans doute la publication (en anglais) dans *Utilitas Mathematica*. Il est moins compréhensible que l'article suivant soit oublié :

Chein, M., Habib, M. (1980). The jump number of dags and posets: an introduction. *Annals of Discrete Math.*, 9, 189-194.

Dans cet article nous rappelions le rôle de Jean Kuntzmann et nous citions également un article de Marc Barbut *Note sur les ordres totaux à distance minimum d'une relation binaire donnée, Mat. Sci. Humaines 17 (1966) 47-49* En faisant remarquer que le nombre de sauts correspond au cas particulier de ce problème lorsque la relation binaire est un graphe de Hasse. Ce qui prouve, si c'était nécessaire, la difficulté de fixer les débuts ...

Le nombre de sauts, et en particulier les ordres critiques pour le nombre de sauts, avaient intéressé Maurice Pouzet et il avait arrêté la tentative de réécrire l'histoire de cet invariant, en particulier par Ivan Rival qui avait pourtant découvert le nombre de sauts lors de notre *survey* présenté à Montréal (publié dans *Annals of Discrete Math*) et avec qui nous avons discuté de ce sujet lors de la conférence.

Puisque je suis dans les références « historiques » un mot sur DBLP et la *Home Page* de MH. Les références commencent en 1979, donc les articles antérieurs concernant le nombre de sauts sont bien évidemment absents comme celui-ci :

M. Habib and G. Lambert, Some results about the minimal cardinal of a path set carrying out a partition of the vertices and the jump number of acircuit digraphs, *Utilitas Math., Cong. Num. XIV (1975) 367-384.*

Mais il manque aussi le dernier article en français sur ce sujet :

O. Cogis, M. Habib, Nombre de sauts et graphes série-parallèles. *ITA 13(1) (1979)*, ainsi que le *survey* de 1980 cité ci-dessus. (Le manque de visibilité de ce premier *survey* en anglais, explique sans doute un certain nombre « d'oublis » ou d'erreurs mais celle de Stefan Felsner est plus étonnante puisqu'en 1991 il attribua à Duffus, Rival and Winkler la preuve, en 1982, que les arbres sont des ordres de Dilworth (ceux dont le nombre de sauts est égal au nombre de Dilworth moins 1) alors que le résultat avait été publié 10 ans avant dans le CRAS cité précédemment et qu'il citait notre *survey* de 1980 qui expliquait l'histoire de la naissance du nombre de sauts !)

Si, parmi les nombreux travaux de MH, sur le nombre de sauts l'article suivant est cité :

M. Chein, M.Habib Jump number of dags having Dilworth number 2. *Discrete Applied Mathematics 7(3): 243-250 (1984)*

celui-ci est absent :

V. Bouchitté and M. Habib, The calculation of invariants for ordered sets, *Algorithms and Order*, I. Rival Eds., 231-279, Kluwer Academic Publishers, 1989.

alors qu'il contient de nombreux résultats importants, entre autres, que la reconnaissance des ordres de Dilworth est un problème NP-complet.

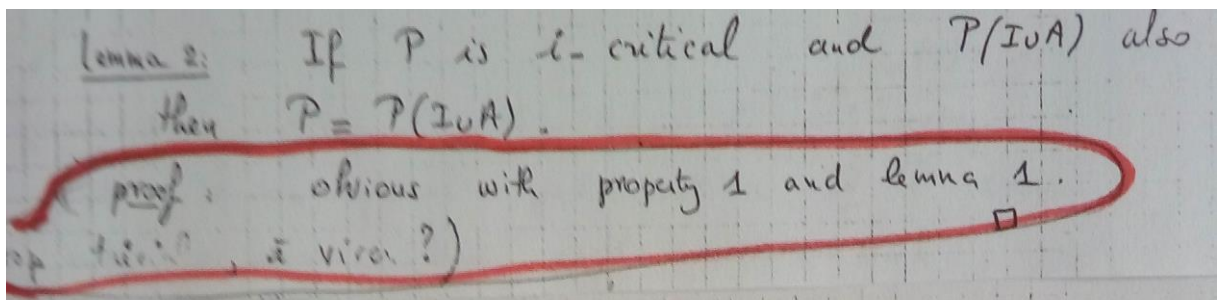
Pour conclure

J'ai mis l'accent sur les années 70 qui sont celles de l'éclosion scientifique de Michel Habib de l'ENS à sa thèse d'État en 1981. Elles correspondent aussi avec la naissance et la

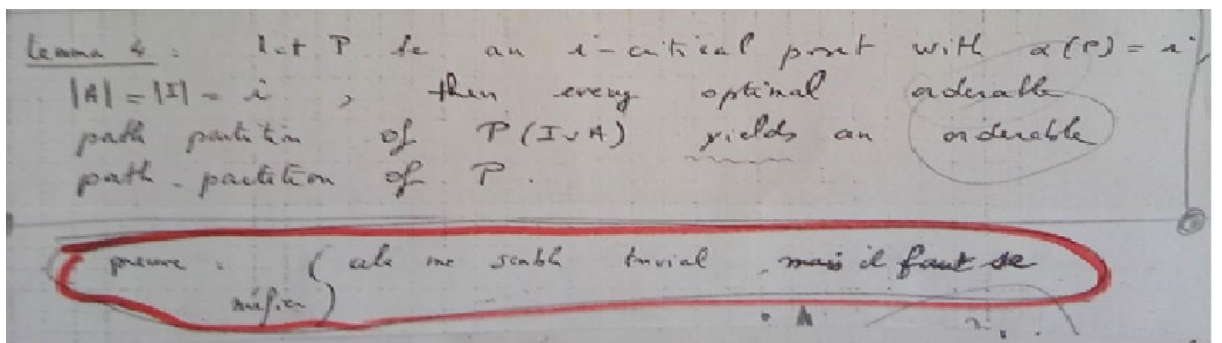
jeunesse du nombre de sauts et également (presque parfaitement) avec la durée de vie de notre équipe de recherche parisienne. En effet, en 1980 Michel Habib devait partir à Montpellier avec 5 autres membres de notre équipe du GR22, mais il a eu des soucis avec son compas et il a fait une première escale à Saint Etienne (tout en étant membre du CRIM – Centre de Recherche en Informatique de Montpellier – que nous avons créé en arrivant à Montpellier), puis une deuxième escale à Brest avant de trouver, enfin, le cap de Montpellier !

Pour terminer, tous ceux qui ont eu la chance de travailler avec MH reconnaîtront quelques-unes de ses annotations dans un manuscrit que je devais compléter concernant un théorème caractérisant les 3-critiques.

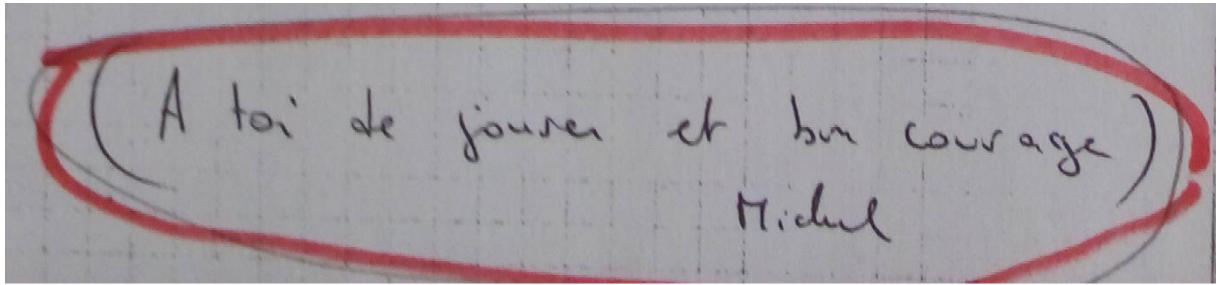
Il me demande s'il faut supprimer la preuve triviale du lemme 2 :



Ce qu'il fait pour le lemme 4 mais en me demandant d'être prudent :



Et il termine son manuscrit par :



En fait, c'est lui qui a continué à jouer avec les ordres, les sauts, les *bumps* et bien d'autres notions de théorie des graphes et à transmettre son plaisir à faire de la recherche, et de la voile, à de très nombreuses personnes !

Merci Michel pour ces 44 premières années en algorithmique des graphes !